Лекция №1

Тема: История математики как наука. Донаучный период развития математики.

План лекции:

1. Предмет истории математики.
2. Особенности математики как науки.
3. Периоды в истории математики, их краткая характеристика.
4. Основные этапы и закономерности формирования понятия числа.

1. Предмет истории математики.

История математики – не только история развития понятий, но одна из частей истории человеческой деятельности, в которой отражается борьба человека с природой, притом не абстрактного человека, а человека как члена общества. Однако большинство историков математики рассматривают её почти исключительно как историю идей, понятий, переходящих от одного математика к другому, который их далее развивает. Галилей повлиял на Кавальери, Кавальери – на Торричелли, Торричелли – на Паскаля, Паскаль – на Лейбница, а Лейбниц – на братьев Бернулли. Эти историки лишь при случае упоминают о том или ином важном политическом или религиозном событии, таком как завоевания Александра Македонского или распространение ислама, влияние которого на развитие математики столь велико, что игнорировать его нельзя. Такой метод односторонен, но не ошибочен – он выявляет важные этапы в истории математики. Но при этом не выясняется, что существует тесная зависимость между математикой и общекультурными устремлениями эпохи, устремлениями, которые сами отражают, непосредственно или опосредованно, преобладающие общественные и экономические условия.

Все отрасли математики, какими бы разными они ни казались, объединены общностью предмета. Этим предметом являются, по определению Ф. Энгельса, количественные отношения и пространственные формы действительного мира. Различные математические науки имеют дело с частными, отдельными видами этих количественных отношений и пространственных форм или же выделяются своеобразием своих методов.

В состав математики, как и всякой другой науки, входят:

а) **факты**, накопленные в ходе её развития;

б) **гипотезы**, т. е. основанные на фактах научные предположения, подвергающиеся в дальнейшем проверке опытом;

в) результаты обобщения фактического материала, выраженные

в математических в данном случае **теориях** и **законах**;

г) **методология** математики, т. е. общетеоретические истолкования математических законов и теорий, характеризующие общий подход к изучению предмета математики.

Все эти элементы взаимосвязаны и постоянно находятся в развитии. Выяснение того, как происходит это развитие в изучаемый исторический период и куда оно ведёт, и является *предметом истории математики* – одной из математических дисциплин.

2. Особенности математики как науки.

История математики есть наука об объективных законах развития математики. В соответствии с этим на историю математики возлагается решение большого круга задач.

Во-первых, в работах историко-математического характера воссоздается богатство фактического содержания исторического развития математики. В них освещается, как возникли математические методы, понятия и идеи, как исторически складывались отдельные математические теории.

Во-вторых, историко-математические работы раскрывают многообразные связи математики.

В-третьих, историко-математические исследования вскрывают историческую обусловленность логической структуры современной математики, диалектику ее развития, помогают правильно понять соотношение частей математики и до известной степени ее перспективы.

Математика – одна из самых древних наук. Со времени возникновения математики как особой науки со своим собственным предметом наибольшее влияние на формирование новых понятий и методов оказывало математическое естествознание. Под математическим естествознанием автор понимает комплекс наук о природе, для которых на данной ступени развития оказывается возможным приложение математических методов. На прогресс математики ранее других наук оказали влияние астрономия, механика, физика

Математика не только развивается под воздействием других наук. Она в свою очередь внедряет в другие науки математические методы исследования. Это обстоятельство дало повод некоторым иностранным учёным называть математику «королевой и служанкой всех наук», оттеняя тем самым ее своеобразное положение среди других наук.

Наиболее полно математические методы применяются в механике и небесной механике – науках, предмет которых абстрагирован от совокупности факторов, определяющих изучаемое явление. Широко используют математические методы и в физике. Меньше всего методы математики сейчас используются в общественных науках, где в основном, кроме элементарных, применяют вероятностно-статистические методы.

С каждым годом расширяется область применения математических методов в науке и практической деятельности людей. Развитие математики не есть плавный процесс постепенного и непрерывного развития математических истин; развитие в действительности происходит в ожесточенной борьбе нового со старым. История математики

изобилует примерами, когда эта борьба проявляется особенно сильно, когда новое неодолимо побеждает, несмотря на неудачи и даже гибель творцов науки. Приведем несколько примеров. Наука о природе, в том числе математика, всегда испытывала противодействие религиозно настроенных кругов. Иногда оно было настолько сильным, что значительно затрудняло и задерживало рост науки, которая многим обязана героизму известных и безвестных ученых времен Римской империи и Средних веков, продвигавших науку вперед ценой собственной жизни.

Основы неевклидовой геометрии стали известны с 1826 г. благодаря трудам гениального русского ученого Н.И. Лобачевского. Однако признание и дальнейшее развитие эта наука получила лишь к концу XIX в. после длительной борьбы.

3. Периоды в истории математики, их краткая характеристика.

В истории математики можно выделить отдельные периоды, отличающиеся друг от друга рядом характерных особенностей.

Рассмотрим периодизацию, установленную А.Н. Колмогоровым:

1. **Зарождение математики.** Этот период продолжается до VI – V вв. до н. э., т. е. до того времени, когда математика становится самостоятельной наукой, имеющей собственный предмет и методы. Характерным для этого периода является накопление фактического материала математики в рамках общей неразделенной науки.

2. **Период элементарной математики** продолжается от VI – V вв. до н. э. до XVI в. н. э. включительно. В этот период были достигнуты успехи в изучении постоянных величин.

3. **Период создания математики переменных величин.** Начало этого периода ознаменовано введением переменных величин в аналитической геометрии Декарта и созданием дифференциального и интегрального исчисления в трудах И. Ньютона и Г.В. Лейбница.

4. **Период современной математики.**

В XIX и XX вв. объем пространственных форм и количественных отношений, охватываемых методами математики, чрезвычайно расширился. Появилось много новых математических теорий, невиданно расширились приложения математики.

3. **Основные этапы и закономерности формирования понятия числа.**

История математики периода ее зарождения практически неотделима от общей истории человечества. Формы и пути развития математических знаний у различных народов весьма разнообразны. Однако при всем своеобразии путей развития общим для всех народов является то, что все основные понятия математики – понятие числа, фигуры, площади, бесконечно

продолжающегося натурального ряда и т. д. – возникли из практики и прошли длинный путь совершенствования. Например, понятие числа возникло вследствие практической необходимости пересчета предметов. Вначале считали с помощью подручных средств: пальцев, камней, еловых шишек и т. д. Следы этого сохранились в названии математических исчислений: например, calculus в переводе с латинского означает «счет камешками». Запас чисел на ранних ступенях весьма ограничен. Ряд известных и используемых натуральных чисел был конечен и удлинялся лишь постепенно.

Развитие ремесла и торговли содействовало кристаллизации понятия числа. Числа группировали и объединяли в большие единицы, обычно пользуясь пальцами одной руки или обеих рук, – обычный в торговле прием. Это вело к счету сначала с основанием 5, потом с основанием 10, который дополнялся сложением, а иногда вычитанием, так что 12 воспринималось как 10 + 2, а 9 – как 10 – 1^2 . Числовые записи велись с помощью пучков, зарубок на палках, узлов на веревках, камешков или ракушек, сложенных по 5 в кучки.

Наряду с употреблением все больших и больших чисел возникали и развивались их символы, а сами числа образовывали системы. Для ранних периодов истории материальной культуры характерно разнообразие числовых систем. Постепенно совершенствовались и унифицировались системы счисления. Употребляемая ныне во всех странах десятичная позиционная система нумерации – итог длительного исторического развития. Ей предшествовали:

1. *Различные иероглифические непозиционные системы*.

В каждой из них строится система так называемых узловых чисел (чаще всего 1, 10, 100, 1000, ...). Каждое такое число имеет индивидуальный символ – иероглиф. Остальные числа (их называют алгоритмическими) образуются приписыванием с той или другой стороны узлового числа других узловых чисел и повторением их. Примерами таких систем являются египетская, финикийская, пальмирская, критская, сирийская, аттическая (или геродианова), старокитайская, староиндусская (карошти), ацтекская, римская.

2. *Алфавитные системы счисления*.

В этих системах буквы алфавита, взятые по 9, используются соответственно для обозначения единиц, десятков, сотен. Каждой букве при этом дается отличительный знак, указывающий, что она используется как число. В случае, если букв алфавита недостаточно, привлекаются дополнительные буквы и знаки. Типичный пример алфавитной системы – греческая ионическая

3. Позиционные недесятичные системы, а затем десятичная система.

К позиционным недесятичным относятся вавилонская, индейская (племени майя на полуострове Юкатан), индийская, современная двоичная

системы. Записи в позиционной десятичной системе с нулем впервые появились около 500 г. до н. э. в Индии.

Контрольные вопросы по лекции для самопроверки знаний

1. Предмет истории математики.
2. Основные задачи, решаемые историей математики.
3. Особенности математики как науки.
4. Основные составляющие науки математики.
5. Периоды развития истории математики.
6. Этапы и закономерности формирования понятия числа.

Список литературы

1. Полякова Т.С. История математики. Европа XVII-начало XVIII вв.. Краткий очерк [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.С. Полякова. — Электрон. текстовые данные. — Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2015. — 126 с. — 978-5-9275-1527-1. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/68564.html
2. Предшественники современной математики. Историко-математические очерки в пяти томах. Том 3 [Электронный ресурс] / Р.М. Асланов [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2010. — 432 с. — 978-5-4263-0015-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/9604.html
3. Перминов В.Я. Философия и основания математики [Электронный ресурс] / В.Я. Перминов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прогресс-Традиция, 2001. — 320 с. — 5-89826-098-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/21531.html
4. Кокурина Ю.К. Курс лекций по истории математики/ Ю.К. Кокурина; Владим. гос. ун-т им. А.Г. и Н.Г. Столетовых. - Владимир: Изд-во ВлГУ, 2014. – 184 с. ISBN 978-5-9984-0504-4

Лекция №2

Тема: Научно-практический период развития математики.

План лекции:

1. Математика Древнего Египта.
2. Математика Древнего Вавилона.
3. Общая характеристика математики Древнего Востока.

1.Математика Древнего Египта.

Наши познания о древнеегипетской математике основаны главным образом на двух больших папирусах математического характера и на нескольких небольших отрывках. Один из больших папирусов называется **математическим папирусом Ринда** (или Райнда) (по имени обнаружившего его ученого) и находится в Лондоне. Его длина приблизительно 5,5 м, ширина – 0,32 м. Другой большой папирус, почти такой же длины и 8 см ширины, находится в Москве. Содержащиеся в них математические сведения относятся примерно к 2000г. до н.э.

Папирус Ринда содержит 84 задачи прикладного характера. При их решении производят действия с дробями, вычисляют площади прямоугольника, треугольника, трапеции и круга, объемы параллелепипеда, цилиндра, размеры пирамид. Имеются также задачи на пропорциональное деление, а при решении одной задачи находят сумму геометрической прогрессии.

В московском папирусе собраны решения 25 задач. Большинство из них-такого же типа, как и в папирусе Ринда.

Самой замечательной чертой египетской арифметики являются действия с дробями. Все дроби сводятся к суммам так называемых основных дробей (аликвотных, вида $\frac{1}{n}$), т. е. дробей, имеющих числителем единицу.

Многие задачи очень просты и сводятся к линейному к уравнению с одним неизвестным: «Некое количество, его $\frac{2}{3}$, его $\frac{1}{2}$ и его $\frac{1}{7}$, сложенные вместе дают 33. Каково это количество?».

Для неизвестного в уравнении существовал иероглиф, обозначавший «кучу» и произносившийся «хау» или «аха». Поэтому египетскую алгебру иногда называют «хау-исчислением».

В задачах речь идет о количестве хлеба и различных сортов пива, о кормлении животных и хранении зерна, и это указывает на практическое происхождение такой запутанной арифметики и примитивной алгебры. В некоторых задачах проявляется теоретический интерес, например, в задаче, в которой требуется разделить сто хлебов между пятью людьми так, чтобы их доли составляли арифметическую прогрессию, и чтобы одна седьмая суммы

трех больших долей была равна сумме двух меньших. Геометрическая прогрессия встречается даже в задаче о семи домах, в каждом из которых есть семь кошек, каждая из которых поедает семь мышей и т.д., что выявляет знание формулы для суммы членов геометрической прогрессии.

Некоторые задачи имеют геометрическую природу и касаются преимущественно измерений. Можно встретить также некоторые формулы для объемов тел, таких как куб, параллелепипед и круговой цилиндр, причем все они рассматриваются конкретно как сосуды, в основном для зерна. Самый замечательный результат в египетских измерениях – формула для объема усеченной пирамиды с квадратным основанием:$V = \frac{h}{3}(a^2 + ab + b^2)$, где h – высота; a и b – длины сторон квадратов. Эта формула, аналогов которой нет ни в какой другой древней математике, примечательна тем, что нет указаний на то, чтобы египтяне имели какое-либо представление даже о теореме Пифагора, вопреки некоторым необоснованным рассказам о гарпедонафтах, которые якобы строили прямые углы с помощью веревки, имевшей 12 узлов (3 + 4 + 5).

За двадцать веков до нашей эры в Египте начали складываться элементы математики как науки. Техника вычислений ещё примитивна, методы решения задач не единообразны. Однако материалов, которые позволяют вообще судить о развитии математики в Египте, недостаточно.

2. Математика Древнего Вавилона.

Рассмотрим математическое наследие Древнего Вавилона. Это название обычно распространяют на совокупность государств, располагавшихся в междуречье Тигра и Евфрата и существовавших в период от 2000 до 200 г. до н. э. Математика Вавилона находилась на гораздо более высоком уровне, чем тот, которого когда-либо достигала египетская математика. До нашего времени дошло около ста тысяч глиняных табличек с клинописными записями. Однако табличек с текстами математического содержания известно только около 50, а математических табличек без текста – около 200.

В вавилонской системе математических символов есть два основных элемента: *клин* с числовым значением 1 и *крючок* с числовым значением 10. Повторением этих знаков можно записать числа от 1 до 59. Любое число записывается слева направо по принципу $N = \alpha_0 60^0 + \alpha_1 60^1 + \alpha_2 60^2 + \cdots$.Таким образом система счисления оказывается позиционной 60-ричной. Однако эта система не имеет нуля, а один и тот же знак «клина» может обозначать не только единицу, но любое число вида 60±k (k – натуральное число).

Содержание табличек доказывает, что на основе этой системы были созданы многие единообразные правила арифметических действий как с

целыми числами, так и с дробями. Для облегчения действий существовали таблицы умножения (от $1 \cdot 1$ до $60 \cdot 60$).

Следующая группа клинописных текстов относится ко времени первой вавилонской династии, когда в Вавилоне правил царь Хаммурапи (около 1950 г. до н. э.) и семитское население подчинило себе исконных жителей – шумеров. По этим текстам видно, что арифметика развилась в хорошо разработанную алгебру. Египтяне того же периода были в состоянии решать только простые линейные уравнения, а вавилоняне времен Хаммурапи полностью владели техникой решения квадратных уравнений. Они решали линейные и квадратные уравнения с двумя неизвестными, решали даже задачи, сводящиеся к кубическим и биквадратным уравнениям.

Геометрические знания вавилонян, по-видимому, превышали египетские, так как в текстах помимо общих типов задач встречаются начатки измерения углов и тригонометрических соотношений. В основном, впрочем, они тоже состояли из вычислений площадей и объёмов прямолинейных фигур, обычных для элементарной геометрии. Площадь круга вычислялась по формуле $S = \frac{c^2}{12}$ (c- длина окружности), откуда получалось плохое еще приближение $\pi = 3$.

Резко выраженный арифметико-алгебраический характер вавилонской математики проявляется и в геометрии. Как и в Египте, геометрия развивалась на основе практических задач измерения, но геометрия развивалась на основе практических задач измерения, но геометрическая форма задачи обычно является только средством для того, чтобы поставить алгебраический вопрос. Тексты показывают, что вавилонская геометрия семитского периода располагала формулами для площадей простых прямолинейных фигур и для объемов простых тел, хотя объем усеченной пирамиды еще не был найден. Основной чертой этой геометрии был все же ее алгебраический характер. Это в равной мере относится и ко всем поздним текстам, особенно к текстам третьего периода, от которого до нас дошло немалое их число, – эпохи нововавилонской, персидской и эпохи Селевкидов (примерно от 600 г. до н. э. до 300 г. н. э.).

Тексты этого периода обнаруживают значительное влияние вавилонской астрономии, которая в это время приобретает характер настоящей науки.

В клинописных текстах есть задачи и на сложные проценты. Например, ставится вопрос, за какое время удвоится сумма денег, ссуженная под 20 (годовых) процентов.

Вавилонские математические традиции распространились на сопредельные государства Ближнего Востока и могут быть прослежены в них вплоть до эпохи эллинизма (ок. 330 г. – ок. 30 г. до н. э.).

Контрольные вопросы по лекции для самопроверки знаний

1. Особенности и достижения математики Древнего Египта.
2. Особенности и достижения математики Вавилона.
3. Отличия математикой Древнего Египта и Вавилона.

Список литературы

1. Полякова Т.С. История математики. Европа XVII-начало XVIII вв.. Краткий очерк [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.С. Полякова. — Электрон. текстовые данные. — Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2015. — 126 c. — 978-5-9275-1527-1. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/68564.html
2. Предшественники современной математики. Историко-математические очерки в пяти томах. Том 3 [Электронный ресурс] / Р.М. Асланов [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2010. — 432 c. — 978-5-4263-0015-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/9604.html
3. Перминов В.Я. Философия и основания математики [Электронный ресурс] / В.Я. Перминов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прогресс-Традиция, 2001. — 320 c. — 5-89826-098-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/21531.html
4. Кокурина Ю.К. Курс лекций по истории математики/ Ю.К. Кокурина; Владим. гос. ун-т им. А.Г. и Н.Г. Столетовых. - Владимир: Изд-во ВлГУ, 2014. – 184 с. ISBN 978-5-9984-0504-4

Лекция №3

Тема: Период математики постоянных величин. Математика Древней Греции. Математика средних веков.

План лекции:

1. Периоды развития математики Древней Греции.
2. Достижения математиков Арабского Востока.
3. Достижения математиков Индии.

1. Периоды развития математики Древней Греции.

В Древней Греции сложились основные типы мировоззрений, действовали различные естественно-научные школы. Ведущее место среди греческих натурфилософских школ последовательно занимали: ионийская (VII – VI вв. до н.э.), пифагорейская (VI – V вв. до н.э.) и афинская (со второй половины V в. до н.э.). В этих школах с большой полнотой и обстоятельностью разрабатывались и математические вопросы.

Современная математика родилась в атмосфере ионийского рационализма – математика, которая ставила не только восточный вопрос «как?», но и современный, научный вопрос «почему?». Согласно преданию отцом греческой математики является милетский купец Фалес, в первой половине VI в. посетивший Вавилон и Египет.

Одна из причин создания математических теорий- открытие иррациональности. Едва ли первой открытой иррациональностью явился $\sqrt{2}$. Древним грекам очень рано стало известно логически строгое доказательство иррациональности $\sqrt{2}$ путём сведения к противоречию. Вслед за иррациональностью $\sqrt{2}$ были открыты многие другие иррациональности. Так, Архит (конец V в. до н. э.) доказал иррациональность чисел вида $\sqrt{n(n+1)}$. Теодор из Кирены установил иррациональность квадратного корня из чисел 3, 5, 6, … , 17. Теэтет (начало IV в. до н. э.) дал одну из первых классификаций иррациональностей.

Впервые в истории группа критически мыслящих – «софистов» – менее скованная традицией, чем какая-либо иная предшествовавшая ей группа учёных, стала рассматривать проблемы математического характера скорее с целью уяснения их сути, чем ради пользы. Так как такой подход позволил софистам дойти до основ точного мышления вообще, было бы чрезвычайно поучительно познакомиться с их рассуждениями. К несчастью, от этого периода дошел лишь один цельный математический фрагмент, принадлежащий ионийскому философу ***Гиппократу из Хиоса***. Математические рассуждения в этом фрагменте даны на весьма высоком уровне.

Гиппократ исследовал площади плоских фигур, ограниченных как прямыми линиями, так и дугами окружности. Он учил, что площади

подобных круговых сегментов относятся, как квадраты стягивающих их хорд. Он знал теорему Пифагора, а также соответствующее неравенство для непрямоугольных треугольников. Весь его трактат уже можно было бы отнести к евклидовой традиции, если бы он не был старше Евклида более чем на столетие.

Проблема квадратуры круга – одна из «трех знаменитых математических проблем античности», которые в этот период стали предметом исследования. Среди них:

1. Квадратура круга, т. е. нахождение такого квадрата, площадь которого была бы равна площади данного круга.
2. Удвоение куба, т. е. определение ребра такого куба, который имел бы объем, вдвое больший объема заданного куба (так называемая делийская задача).
3. Трисекция угла, т. е. разделение любого заданного угла на три части.

Эти проблемы нельзя точно решать геометрически с помощью конечного числа построений прямых линий и окружностей. Это можно сделать только приближённо, поэтому указанные проблемы стали средством для проникновения в новые области математики. В связи с этими проблемами были открыты конические сечения, некоторые кривые третьего и четвёртого порядка и трансцендентная кривая, названная квадратрисой.

Вероятно, от группы софистов, которые в некоторой степени были связаны с демократическим движением, отмежевалась другая группа философов с математическими интересами, примыкавшая к аристократическим объединениям. Они называли себя *пифагорейцами* в честь основателя этой школы Пифагора, который, предположительно, был мистиком, ученым и государственным деятелем. В поисках вечных законов вселенной они изучали геометрию, арифметику, астрономию и музыку («квадри-вий»). Самым выдающимся их представителем был Архит из Тарента, который жил около 400 г. до н. э.

Арифметика пифагорейцев была в высшей степени спекулятивной наукой и имела мало общего с современной ей вычислительной техникой Вавилона. Числа разбивались на классы: чётные, нечётные, чётно-чётные, нечётно-нечётные, простые и составные, совершенные, дружеские, треугольные, квадратные, пятиугольные и т. д.

Что касается теоремы Пифагора, пифагорейцы приписывали её своему наставнику и передавали, что он принёс в жертву богам сто быков в знак благодарности.

Наиболее важным среди приписываемых пифагорейцам открытий было открытие иррационального в виде несоизмеримых отрезков прямой линии.

Одна из концепций античной общей теории отношений связана с именем Евдокса (ок. 408 – ок. 355 гг. до н. э.). Ему же приписывается создание теории пропорций. В теории отношений Евдокса:

1) произведено обобщение понятия величины посредством подчинения его системе пяти аксиом:

а) если $a = b$ и $c = b$, то $a = c$; а если $a = c$, то б) $a + b = c + b$; в) $a - b = c - b$; г) совмещающиеся равны; д) целое больше части;

2) введена аксиома однородности: a и b могут иметь отношение, если они, взятые кратно, могут превзойти друг друга, т. е. для любых конечных a и b существуют m и n такие, что $na > b$ и $mb > a$.

При построении математических теорий в античной Греции рано выделился специфический класс проблем, для решения которых оказалось необходимым исследовать предельные переходы, бесконечные процессы, непрерывность и т. п.

В античной математике процесс систематизации и обобщения дал значительные результаты к IV в. до н. э. Этот процесс по существу являлся частью аналогичного процесса, происходившего во всей системе естественно-научных знаний и нашедшего яркое выражение в философских взглядах ***Аристотеля*** (384 – 322 гг. до н. э.). Огромное влияние на математику того времени оказали и успехи логики. Сложившиеся основные формы мышления уже были систематизированы и исследованы, были выдвинуты принципы построения дедуктивной науки.

Сочинения, в которых в то время излагались первые системы математики, назывались «Началами».

Первые «Начала», о которых до нас дошли сведения, были написаны Гиппократом Хиосским. Встречаются упоминания и о «Началах», принадлежащих другим авторам. Однако все эти сочинения забыты и утеряны практически с тех пор, как появились «Начала» ***Евклида***. Последние получили всеобщее признание как система математических знаний, логическая строгость которой оставалась непревзойденной в течение свыше двадцати веков. Все это время люди изучали геометрию по Евклиду. Его «Начала» до сих пор лежат в основе всех систематических школьных курсов геометрии.

Об авторе «Начал» Евклиде сохранилось очень мало сведений. Известно, что он жил около 300 г. до н. э. в Александрии, входившей в то время в состав Египетского царства.

«Начала» состоят из тринадцати книг, каждая из которых представляет собой последовательность теорем.

Обзор содержания «Начал» показывает, что это сочинение представляет собой систему основ античной математики. В неё входят: элементарная геометрия, основы теории рациональных чисел, общая теория отношений величин и опирающиеся на неё теория пропорций и теория квадратичных и биквадратичных иррациональностей, элементы алгебры в геометрической форме и метод исчерпывания.

В течение всей многовековой истории математики «Начала» служили фундаментом всех геометрических изысканий. «Начала» Евклида и в наше время составляют основу многих школьных учебников геометрии.

Величайшим математиком эпохи эллинизма и Древнего мира был Архимед (ок. 287-212 гг. до н.э.). Этот замечательный ученый был уроженцем Сиракуз (южная часть Сицилии), сыном астронома и математика Фидия.

Сочинения Архимеда написаны преимущественно в виде писем. До нас дошли десять крупных и несколько более мелких сочинений математического характера. Основной особенностью математических сочинений Архимеда является применение строгих математических методов в механике и физике.

Наиболее важный вклад Архимеда в математику относится к той области, которую теперь называют интегральным исчислением: теоремы о площадях плоских фигур и об объёмах тел.

Третий великий математик эллинизма – ***Аполлоний*** (ок. 260 – 170 гг. до н. э.) – младший современник и научный соперник Архимеда. Продолжительное время он жил и работал в Александрии. Затем возвратился на родину в г. Пергам (в Малой Азии), где стал главой математической школы. Из многочисленных математических сочинений Аполлония до нас дошли только 7 из 8 книг «Конических сечений».

2. Достижения математиков Индии

На обширных территориях, от северо-запада Индийского полуострова до северного побережья Африки и юга Испании, с давних времен существовали многочисленные восточные империи. Начиная с VII в. по всем этим землям прокатилась волна завоевательных войн, начатых племенами, населявшими Аравийский полуостров, под давлением острого хозяйственного кризиса. Эти войны приняли форму борьбы за господство новой религии – ислама (или, как ее иначе называют, магометанства). В течение ряда веков образовалась колоссальная область торгового обмена и экономических связей. Возникли большие города – центры торговли, ремесел и административного управления. Арабский язык стал официальным языком.

Сложившиеся условия хозяйственной и политической жизни благоприятствовали развитию математики. Знания математики требовали нужды государственного управления. В аппарате государственного управления появились специально оплачиваемые учёные. В результате сложилась своеобразная система математических знаний.

В вычислительной практике арабоязычных народов равноправно действовали обе системы счисления: десятичная абсолютная и 60-ричная. Первая была заимствована из Индии не позднее VII в. н. э. и быстро получила широкое распространение. Параллельно с десятичной

сохранялась и регулярно употреблялась в астрономических обсерваториях унаследованная от вавилонян 60-ричная система счисления. В духе математиков Древнего Вавилона составлялись и использовались вспомогательные таблицы наподобие таблицы умножения (от $1 \cdot 1$ до $59 \cdot 59$).

С упадком Римской империи центр математических исследований постепенно перемещался в Индию, а позже – в обратном направлении, в Месопотамию. Первые хорошо сохранившиеся индийские тексты в области точных наук – это «Сиддханты», часть которых, «Сурья», дошла до нас, вероятно, в достаточно точно соответствующей оригиналу (примерно между 300 и 400 гг. н. э.) форме. В этих книгах содержатся в основном знания по астрономии.

Наиболее известными математиками Индии были Ариабхата (прозванный «первым», ок. 500 г.) и Брахмагупта (ок. 625 г.). Для их работ характерны арифметическо-алгебраические разделы.

Современником Брахмагупты был Бхаскара I, автор комментария к трактату Ариабхаты и астрономического сочинения «МахаБхаскария», содержащего математические разделы (неопределённые линейные уравнения, элементы тригонометрии и пр.). За этими учёными последовали другие, работавшие в тех же областях. Они занимались также измерениями и тригонометрией. Ариабхата I использовал для π значение 3,1416. Любимым предметом было нахождение рациональных треугольников и четырехугольников. Особенно успешно над этим работал Магавира из Майсорской школы (ок. 850 г.). До нас дошли также трактаты Шридхары (IX – X вв.), Ариабхаты II (ок. 950 г.), Шрипати (XI в.) и др. Около 1150 г. в Удджайне, где работал Брахмагупта, жил другой выдающийся математик, Бхаскара II. Первое общее решение неопределённого уравнения первой степени $ax + by = c$ (a, b, c – целые числа) встречается у Брахмагупты.

Наиболее известным достижением индийской математики является наша современная десятичная позиционная система.

Интересна так называемая ***Бахшалийская рукопись*** – семьдесят полос из березовой коры. Дата ее написания и происхождение неизвестны: её относят и к третьему, и к двенадцатому столетиям. Она содержит традиционный индийский материал о неопределённых и о квадратных уравнениях, а также о приближениях, для обозначения нуля применяется точка. Самый древний письменный документ со значком для нуля относится к IX в. Эти сведения значительно более позднего происхождения, чем знак для нуля в вавилонских текстах. Быть может, знак 0 для нуля возник под греческим влиянием (греч. *ouden* – «ничто»); в то время как вавилонскую точку писали только между цифрами, индийский нуль появляется также на последнем месте, и таким образом 0, 1, 2, ..., 9 становятся равноправными цифрами.

3. Достижения математиков Индии.

Исламские исследования в области точных наук, которые начались с перевода «Оиддхант» ал-Фазари, достигли своей вершины в деятельности уроженца Хивы ***Мухаммеда ибн Муса ал-Хорезми***, творчество которого приходится на 825 г. Мухаммед написал много книг по математике и астрономии. В своей арифметике он разъясняет индийскую систему записи чисел.

Источником сведений об алгебре явилось сочинение «Китаб аль-Джебр Валь-Мукабала». Название в переводе означает «книга об операциях джебр (восстановления) и кабала (приведения)». Первая из операций, имя которой послужило названием для алгебры и служит до настоящего времени, состоит в переносе членов уравнения из одной стороны в другую. Вторая – операция приведения подобных членов уравнения.

Книга Хорезми пользовалась большой известностью. Термин «алгебра» укоренился в математике. Осталось в этой науке и имя автора (ал-Хорезми) в латинизированном виде: «алгоритм». Вначале это слово обозначало фамилию, затем нумерацию по позиционной системе, а теперь – всякую систему вычислений, производимых по строго определенным правилам и заведомо приводящих к решению поставленной задачи.

Вообще работы ал-Хорезми больше выявляют восточное, чем греческое влияние. Его труды в целом сыграли важную роль в истории математики как один из главных источников, с помощью которых Западная Европа познакомилась с индийскими цифрами и с арабской алгеброй.

В Египте выдающейся личностью был Ибн ал-Хайсам (Алхазен, ок. 965 – 1039), крупнейший мусульманский физик, «Оптика» которого имела большое влияние на Западе. Он решил «Задачу Алхазена», в которой требуется из двух точек на площади круга провести прямые так, чтобы они встретились в точке окружности и в этой точке образовали равные углы с нормалью. Эта задача приводит к уравнению четвертой степени, она была решена в греческом духе с помощью пересечения гиперболы с окружностью. Алхазен применял также метод исчерпывания для вычисления объёмов тел, которые получаются при вращении параболы вокруг какого-либо её диаметра или ординаты.

Стройную систему тригонометрии – как плоской, так и сферической, представляет сочинение Насирэддина (1201 – 1274) «Трактат о полном четырёхстороннике», где:

1) развита теория отношений;

2) изложена теория фигур, состоящих из четырёх попарно пересекающихся прямых;

3) собраны способы решения плоских и сферических треугольников;

4) решена задача об определении сторон сферического треугольника по трём углам.

Насирэддин отделил от астрономии тригонометрию как самостоятельную науку. Он был продолжателем традиций Омара и в своей

теории пропорций, и в новых численных приближениях иррациональных чисел.

Другой персидский математик, ал-Каши (первая половина XV в.) проявляет большое искусство при выполнении вычислений, вполне сравнимое с тем, чего достигли европейцы в конце XVI века. Он решал уравнения третьей степени с помощью итерации и тригонометрическим методом, знал тот метод решения общих алгебраических уравнений высших степеней, который теперь носит имя схемы Горнера, и обобщил метод извлечения корней более высокого порядка из обычных чисел (тут, вероятно, китайское влияние). В его трудах мы находим формулу бинома для любых положительных целых показателей. Число π было известно Каши с 16 десятичными знаками.

Контрольные вопросы по лекции для самопроверки знаний

1. Математика Древней Греции: ионийская школа.
2. Математика Древней Греции: пифагорейская школа.
3. Математика Древней Греции: афинская школа.
4. Достижения математиков Арабского Востока.
5. Достижения математиков Индии.

Список литературы

1. Полякова Т.С. История математики. Европа XVII-начало XVIII вв. Краткий очерк [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т.С. Полякова. — Электрон. текстовые данные. — Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2015. — 126 с. — 978-5-9275-1527-1. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/68564.html
2. Предшественники современной математики. Историко-математические очерки в пяти томах. Том 3 [Электронный ресурс] / Р.М. Асланов [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М.: Прометей, 2010. — 432 с. — 978-5-4263-0015-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/9604.html
3. Перминов В.Я. Философия и основания математики [Электронный ресурс] / В.Я. Перминов. — Электрон. текстовые данные. — М.: Прогресс-Традиция, 2001. — 320 с. — 5-89826-098-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/21531.html
4. Кокурина Ю.К. Курс лекций по истории математики/ Ю.К. Кокурина; Владим. гос. ун-т им. А.Г. и Н.Г. Столетовых. - Владимир: Изд-во ВлГУ, 2014. – 184 с. ISBN 978-5-9984-0504-4

Лекция №4

Тема: Период математики постоянных величин. Математика эпохи Возрождения.

План лекции:

1. Развитие математики в Средневековье.
2. Решение уравнений третьей и четвертой степеней.
3. Создание алгебраической символики.

1. Развитие математики в Средневековье.

В Европе математика имеет не столь древнее происхождение, как во многих странах Ближнего и Дальнего Востока. Заметных успехов она достигла только в эпоху развитого Средневековья и особенно Возрождения. Наступление эпохи Средних веков в Европе, или эпохи феодализма, относят к V в. н. э., к тому времени, когда пала Западная Римская империя. В XV – XVIII вв. в недрах феодализма созревают капиталистические отношения, и феодальный уклад постепенно исчезает. Начало этого последнего периода, т.е. XV и XVI вв., в культурном и идеологическом развитии ряда стран Западной и Центральной Европы известно, как эпоха Возрождения.

В V – XI вв. уровень математических знаний в Европе был весьма низким. Сколько-нибудь крупных математических открытий или сочинений не обнаружено. Даже образованные люди были редкостью. Основной организационной предпосылкой развития математики в Европе было открытие учебных заведений. Одно из первых подобных заведений организовал в г. Реймсе (Франция) ***Герберт*** (940 – 1003), позднее ставший римским папой под именем Сильвестр II.

В школе Герберта кроме прочих наук учили счёту с применением счётной доски – абака. В то время существовало много способов счёта. Среди приверженцев сложившихся разнообразных традиций счёта основное место занимали две враждующие партии: абакисты и алгоритмики. Первые в основном отличались требованием обязательного использования абака и 12-ричной римской нумерации. Алгоритмики пользовались письменным обозначением индусских цифр, некоторые из них вводили знак нуля, счёт вели на бумаге, применяли 60-ричные дроби.

Через столетие, в XII – XIII вв., в итальянских городах- Болонье, Солерно- появились ***первые университеты***. Вслед за ними были открыты университеты в Оксфорде и Париже (1167), Кембридже (1209), Неаполе (1224), Праге (1347), Вене (1367) т.д. это были учебные заведения, безраздельно подчиненные церкви. Во главе университета стояли отцы-настоятели (ректоры), во главе факультетов- деканы. Студенты сначала обучались на подготовительном факультете искусств (артистическом), затем переходили на один из основных факультетов: богословский, юридический

или медицинский. Математика была одним из семи свободных искусств (artist liberalis), изучавшихся на факультете искусств.

Уровень математических познаний выпускников университетов был низок; во многих европейских университетах вплоть до XVI в. От лиц, претендовавших на звание магистра, по математике требовалась только... клятва, что он знает шесть книг евклидовых «Начал».

Некоторое оживление в математике наступило в XIII в. в связи с борьбой против схоластики и богословия, начатой Роджером Бэконом (1214 – 1294), и появлением математических трудов Леонардо Пизанского (ок. 1200 г.), которого называли также Фибоначчи («сын Боначчо»). Около 1202 г. он написал «Книгу об абаке», которая включала 15 разделов.

Другое сочинение Леонардо – «Практическая геометрия», написанное около 1220 г., – посвящено измерению площадей многоугольников и объёмов тел вплоть до объёма шара.

Период после появления работ Леонардо вплоть до эпохи Возрождения (XV- XVI вв.) не внес в историю математики ярких идей, больших открытий, коренных преобразований.

Профессор Парижского университета Николай Орезм (1328- 1382) обобщил понятие степени, введя дробные показатели степени, правила производства операций над ними и специальную символику, предваряя фактически идею логарифма.

В конце XV в. бакалавр Парижского университета Н. Шюке помимо дробного показателя степени ввел также отрицательные и нулевые показатели, отрицательные числа, а также внес усовершенствования в алгебраическую символику.

Мастера счёта нашли своего истолкователя в лице францисканского монаха Луки Пачоли (Pacioli), чья книга «Сумма арифметики», одна из первых печатных математических книг, появилась в 1494 г. написанная на итальянском языке, притом на не слишком изящном, он содержала все, что тогда знали по арифметике, алгебре и тригонометрии. Отныне пользование индийско-арабскими цифрами стало общепринятым, а арифметические обозначения в этой книге не слишком отличались от современных.

Успехи тригонометрии явились следствием развития астрономии. Тригонометрия, по существу, почти все Средние века была частью астрономии. В XV в., когда стали возможны дальние плавания, резко возрос интерес к астрономии. Это была пора, непосредственно предшествующая открытию Америки (1492), первому плаванию вокруг Африки (1498), первому кругосветному плаванию (1519), открытию и доказательству гелиоцентрической теории Коперника (1473-1543). Для тригонометрии наступили счастливые времена. И вот, наконец, в 1461 г., появилось сочинение «Пять книг о треугольниках всякого рода», в котором впервые тригонометрия была отделена от астрономии и трактована как самостоятельная часть математики. Написал его немецкий математик Иоганн Мюллер (1436-1476), более известный под именем Региомонтан.

Региомонтан продолжил ранее начатую другими учеными работу по составлению таблиц тригонометрических функций. Он ввёл в практику тригонометрические функции, получившие в XVII в. названия тангенса и котангенса, составив таблицу их значений.

Уже в начале X в. на Руси существовала письменность. Тесные связи с Византией способствовали ускоренному приобретению знаний. Математическое образование было на уровне европейского. При дворе киевского князя Владимира I Святославича (ок. 960 – 1015) было налажено обязательное книжное учение его приближённых. При Ярославе Мудром (978 – 1054) действовала школа. Математические сведения и расчёты записывались с помощью десятичной алфавитной системы нумерации, сходной с греческой алфавитной системой. Древнейшая сохранившаяся математическая рукопись-***записи Кирики***, новгородского дьякона, датируемые точно 1134 г.

2. Решение уравнений третьей и четвертой степеней.

Ход событий, связанных с открытием (решений в радикалах уравнений 3-й и 4-й степеней), освещается в литературе по-разному.В основном он был таков: профессор (с 1496 по 1526 г.) университета в Болонье (Италия) Сципион дель Ферро нашел формулу для нахождения положительного корня конкретных уравнений вида $x^3 + px = q$ $(p > 0,\ q > 0)$. Он держал её втайне, приберегая как оружие против своих противников в научных диспутах. К концу своих дней он сообщил эту тайну своему родственнику и преемнику по должности Аннибалу делла Наве и своему ученику Фиоре.

В начале 1535 г. должен был состояться научный поединок Фиоре с Никколо Тарталья (1500 – 1557). Последний был талантливым учёным, выходцем из бедной семьи, зарабатывавшим себе на жизнь преподаванием математики и механики в городах Северной Италии. Узнав, что Фиоре владеет формулой ферро и готовит противнику задачи на решение кубических уравнений, Тарталья сумел самостоятельно открыть эту формулу, что обеспечило ему победу в диспуте, состоявшемся 12 февраля 1535 г.

Метод Тартальи, как, по-видимому, и метод ферро, состоял в подборе подходящей формы алгебраической иррациональности для выражения корня уравнений, указанного выше вида $x^3 + px = q$ $(p > 0,\ q > 0)$.

Вскоре Тарталья смог решать уравнения вид $x^3 = px + q$ $(p > 0, q > 0)$. Наконец, он сообщил, что уравнения вида $x^3 = px + q$ сводятся к предыдущему виду, но не дал способа сведения. Тарталья долго не публиковал свои результаты.

С 1539 г. кубическими уравнениями начинает заниматься ***Джероламо Кардано*** (1501-1576). Человек странной и бурной судьбы, наполненной противоречивыми и нередко трудно объяснимыми поступками, богатый, образованный и талантливый, он страстно любил научные занятия. Философия и математика, медицина и астрология являлись предметом необузданных увлечений Кардано. Он ввел регулярный способ сведения полного кубического уравнения $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ к виду, в котором

отсутствует член с квадратом неизвестного и распространил его на уравнение 4-й степени. Кардано включил в свою книгу и метод решения уравнений 4-й степени путем сведения задачи к кубической резольвенте, открытый его учеником Людовиком Феррари (1522 – 1565).

3. Создание алгебраической символики.

Единую систему алгебраических символов, последовательно проведенную, первым дал Франсуа Виет (1540-1603)- французский математик, юрист по образованию. Главный труд жизни- «Введение в искусство анализа»- огромное и чрезвычайно обстоятельно написанное сочинение по новой алгебре. Он выходил с 1591 г. частями, в значительной части после смерти автора и не был полностью завершен.

Символика Виета тяжела, не всегда понятна. Вот приме: $A\,\text{cubus} + B\,\text{planum in}\,A_3\,\text{aequatur}\,D\,\text{solido}$ $(A_3 + 3BA = D, \text{или}\, x^3 + 3BA = D)$.
Символы Виета были вскоре усовершенствованы его младшими современниками, особенно Гэрриотом (1560 – 1621). Символы Виета были вскоре усовершенствованы его младшими современниками, особенно Гэрриотом (1560 – 1621).

В сочинениях Виета подводится своеобразный итог математики эпохи Возрождения. На примере его работ в европейской точной науке к концу XVI в. сформировалась алгебра как наука о решении уравнений.

Контрольные вопросы по лекции для самопроверки знаний

1. Особенности математики эпохи Возрождения.
2. Появление первого университета.
3. Решение уравнений третьей и четвертой степени.
4. Развитие алгебраической символики.

Список литературы

5. Полякова Т.С. История математики. Европа XVII-начало XVIII вв.. Краткий очерк [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.С. Полякова. — Электрон. текстовые данные. — Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2015. — 126 с. — 978-5-9275-1527-1. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/68564.html

6. Предшественники современной математики. Историко-математические очерки в пяти томах. Том 3 [Электронный ресурс] / Р.М. Асланов [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2010. — 432 с. — 978-5-4263-0015-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/9604.html

7. Перминов В.Я. Философия и основания математики [Электронный ресурс] / В.Я. Перминов. — Электрон. текстовые данные. — М.: Прогресс-Традиция, 2001. — 320 с. — 5-89826-098-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/21531.html

8. Кокурина Ю.К. Курс лекций по истории математики/ Ю.К. Кокурина; Владим. гос. ун-т им. А.Г. и Н.Г. Столетовых. - Владимир: Изд-во ВлГУ, 2014. – 184 с. ISBN 978-5-9984-0504-4

Лекция №5

Тема: Период математики переменных величин

План лекции:

1. Путь к созданию математического анализа.

2. Создание математического анализа.

1. Путь к созданию математического анализа.

В истории математики XVII в. занимает особое, весьма значительное место, это новый период- период математики переменных величин.

Галилео Галилей (1564 – 1642) подарил миру новую механику свободно падающих тел, был основателем теории упругости и вдохновенным защитником системы Коперника. В своих «Беседах» (1638) Галилей пришёл к математическому изучению движения, к зависимости между расстоянием, скоростью и ускорением.

Бонавентура Кавальери (1598 – 1647), ученик Г. Галилея, происходил из знатного рода. С 1629 г., по рекомендации Галилея, он занял кафедру математики в Болонье, будучи одновременно настоятелем католического монастыря. В 1632 г. он опубликовал 11-значные таблицы логарифмов тригонометрических функций. Но делом его жизни, самым значительным для развития математики, был метод неделимых, задуманный как универсальный метод геометрии. Метод неделимых был изобретен для определения размеров плоских фигур и тел.

Рене Декарт (1596-1650) был выдающимся французским ученым: философом, физиком, математиком, физиологом.

В 1637 г. Декарт опубликовал свою «Геометрию», объединив в ней алгебру и геометрию. Согласно общепринятой точке зрения заслуга книги Декарта состоит главным образом в создании так называемой *аналитической геометрии*. «Геометрия» состоит из трёх книг. Первая книга – «О задачах, которые можно построить, пользуясь только кругами и прямыми линиями», вторая – «О природе кривых линий», третья – «О построении телесных, или превосходящих телесные, задач». «Геометрия» Декарта – первое сочинение по аналитической геометрии, сыгравшее огромную роль в дальнейшем развитии математики XVII в.

Сочинение ***Пьера Ферма*** (1601-1665) «Введение в теорию плоских и пространственных мест» стало известным с 1636 г. Математикой занимался в свободное время. Был знатоком современной математики и классических сочинений древних.

Джон Валлис (1616-1703), английский математик, профессор Оксфордского университета (с 1649 г.), один из основателей (с 1663 г.) Лондонского королевского общества. В 1655 г. им была издана «Арифметика бесконечности» (Arithmetica infinitorum). Уже название книги показывает, что Валлис хотел пойти дальше, чем Кавальери с его «геометрией неделимых»: Он

хотел применить не геометрию древних, а новую «арифметику» (алгебру). Валлис был первым математиком, у которого алгебра по-настоящему переросла в анализ.

В поисках новых изобретений иногда приходили непосредственно к математическим открытиям. Знаменитым примером является работа «Маятниковые часы» (Horologium Oscillatorium, 1673) ***Христиана Гюйгенса***.

Гюйгенс был голландцем, человеком зажиточным, в течение ряда лет жил в Париже. Он был столь же выдающимся физиком, как и астрономом, создал волновую теорию света и выяснил, что у Сатурна есть кольцо. Письма и книги Гюйгенса изобилуют новыми открытиями: спрямлениями кривых, квадратурами, построением оберток. Гюйгенс исследовал трактрису, логарифмическую кривую, цепную линию и установил, что циклоида – таутохронная кривая. Это был один из немногих среди больших математиков XVII в., кто заботился о строгости: его методы всегда были вполне архимедовыми.

Хр. Гюйгенс одним из первых приступил к обоснованию теории вероятностей. Это подтверждается в его книге «О расчётах в азартной игре».

2. Создание математического анализа.

Блез Паскаль уже в шестнадцатилетнем возрасте он открыл «теорему Паскаля» о шестиугольнике, вписанном в коническое сечение. Эта теорема была опубликована в 1641 г. Паскаль сумел решить много задач на определение площадей, объёмов, статических моментов и т. д. Он опубликовал ряд работ по арифметике, алгебре, теории чисел и теории вероятностей, первым предложил метод математической индукции и применил его для доказательства теорем. *Паскаль – один из предшественников Ньютона и Лейбница, создавших дифференциальное и интегральное исчисление.*

Исаак Ньютон (1642 – 1727) был профессором в Кембридже до 1701г. В 1672 г. он был избран членом, а с 1703 г. – президентом Лондонского королевского общества. Наиболее значительные работы по математике Ньютон написал во время пребывания в Кембридже. Ему принадлежат важные достижения, в том числе: вывод и формулировка основных законов классической механики, открытие закона всемирного тяготения, законов спектрального разложения света, разработка дифференциального и интегрального исчисления в форме метода флюксий.

Исключительный авторитет Исаака Ньютона в первую очередь основан на его труде «Математические принципы натуральной философии» (Philosophiae naturalis principia mathematica, 1687) – огромном томе, содержащем аксиоматическое построение механики и закон тяготения – закон, управляющий падением яблока на землю и движением Луны вокруг Земли.

Ньютон писал также о конических сечениях и о плоских кривых третьего порядка. В «Перечислении линий третьего порядка» («Enumeratio

linearum tertii ordinis, 1704) он дал классификацию плоских кривых третьей степени на 72 вида.

Автор дифференциального исчисления ***Г.В. Лейбниц*** (1646 – 1716) родился в Лейпциге в семье профессора кафедры философии и морали местного университета. Лейбниц углубился в изучение современной ему математики уже в 26-летнем возрасте, осенью 1672 г., главным образом под влиянием бесед с Хр. Гюйгенсом. Лейбниц открыл новое исчисление между 1673 и 1676 гг. под личным влиянием Гюйгенса и в ходе изучения теорий Декарта и Паскаля.

Только в 1684 г. в Лейпцигском журнале «Acta Eruditorum» Лейбниц опубликовал первый мемуар об анализе бесконечно малых «Новый метод максимумов, минимумов, а также касательных, для которого не служат препятствием ни дробные, ни иррациональные величины и особый для этого род исчисления».

Через два года, в 1686 г., вышло в свет другое сочинение Лейбница – «О глубокой геометрии», в котором сосредоточены правила интегрирования многих элементарных функций. Для обозначения операции интегрирования введен символ $\int$, истолковываемый как сумма дифференциалов, а также подчеркнута его взаимообратность с операцией дифференцирования.

В 1695 г. Лейбниц опубликовал правило дифференцирования общей показательной функции и формулу многократного дифференцирования произведения. В течение 1702 – 1703 гг. им были разработаны приёмы интегрирования рациональных дробей.

Якоб и ***Иоганн Бернулли*** стали первыми выдающимися учениками Лейбница. Список их результатов содержит не только многое из того, что сейчас входит в современные элементарные учебники дифференциального и интегрального исчисления, но и интегрирование ряда обыкновенных дифференциальных уравнений.

Ведущим английским, вернее пользовавшимся английским языком, математиком XVIII в. был ***Колин Маклорен***, профессор Эдинбургского университета, последователь Ньютона, с которым он был лично знаком. Его работы по кривым второго и более высокого порядка и по притяжению эллипсоидов шли параллельно с исследованиями Клеро и Эйлера. Некоторые из теорем Маклорена вошли в современные теорию плоских кривых и проективную геометрию.

Леонард Эйлер (1707 – 1783) получив приглашение работать в Петербургскую академию наук в мае 1727 г. переехал в Россию и прожил здесь 14 лет (до 1741г.). За это время ученый опубликовал свыше 50 и подготовил к печати 80 научных работ по анализу, теории чисел, дифференциальным уравнениям, астрономии. В 1741 г. он принял предложение переехать в Берлин во вновь организуемую Академию наук. В Берлине он проработал до 1766 г. в должности вице-президента и директора математического отделения. За это время он написал около 300 научных работ, книг и статей. Примерно половину он отправлял для опубликования в Петербург, где по-прежнему числился

почетным академиком и откуда получал деньги. Эйлера тянуло обратно в Россию.

Хотя он потерял в 1735 г. один глаз, а в 1766 г. – второй, ничто не могло ослабить его научную деятельность. Слепой Эйлер, пользуясь своей феноменальной памятью, продолжал диктовать свои открытия. В течение его жизни увидели свет 530 книг и статей; умирая, он оставил много рукописей. Они публиковались в изданиях Академии в течение 80 лет после его смерти (до 1862 г.).

Современная тригонометрия с её определением тригонометрических величин как отношений и с принятыми в ней обозначениями восходит к «Введению в анализ бесконечных» (Introductio in analysin infinitorum, 1748) Эйлера.

Другим большим и богатым по содержанию руководством Эйлера было «Дифференциальное исчисление» (Institutiones calculi differentialis, 1755), за которым последовали три тома «Интегрального исчисления» (Institutiones calculi integralis, 1768 – 1774).

В трудах Эйлера многие математические формулы и символика получили современный вид. Ему принадлежат обозначения: e,π(постоянные), i(мнимая единица), $\sin x, \cos x, tg\, x$ (тригонометрические функции), Δx (разность, приращение), $\sum$ (знак суммы), $f(x)$– обозначение функции и др.

Алекси Клод Клеро (1713 – 1765) в возрасте 18 лет опубликовал «Изыскания о кривых двоякой кривизны» (Recherches sur les courbes ă double courbure) – первый опыт в области аналитической и дифференциальной геометрии пространственных кривых. Клеро принадлежат также результаты в теории криволинейных интегралов и дифференциальных уравнений. Один из типов рассмотренных им дифференциальных уравнений известен под его именем, и с этим связан один из первых примеров особых решений.

Ведущим математиком энциклопедистом был ***Жан Лерон Даламбер.*** Он ввёл понятие предела. «Основную теорему алгебры» иной раз называют теоремой Даламбера, так как он пытался её доказать (1746), а «парадокс Даламбера» в теории вероятностей показывает, что он, хотя и не очень успешно, размышлял об основах этой теории.

Жозеф Луи Лагранж родился в Турине в итало-французской семье. Девятнадцати лет от роду он стал профессором математики артиллерийской школы в Турине (1755).

В 1767 г. появился его мемуар «О решении численных уравнений» (Sur la résolution des équations numériques), в котором он изложил методы отделения вещественных корней алгебраического уравнения и их приближенного вычисления с помощью непрерывных дробей. За этим в 1770 г. последовала публикация труда «Размышления об алгебраическом решении уравнений» (Réflexions sur la résolution algébrique des équations), в котором рассматривается, почему те методы, которые позволяют решать уравнения не выше четвертой степени, ничего не дают для степени, большей четырёх. Это

привело Лагранжа к рациональным функциям от корней и к исследованию их поведения при перестановках корней.

Во второй части своей жизни Лагранж создал большие труды, среди которых: «Аналитическая механика» (1788). «Теория аналитических функций» (Théorie des fonctions analytiques, 1797) и её продолжение – «Лекции по исчислению функций» (Lecons sur le calcul des fonctions, 1801).

Лагранжу принадлежат выдающиеся исследования по математическому анализу, где его именем названы: форма остаточного члена ряда Тейлора, формула конечных приращений, функция и множители для определения условного экстремума, интерполяционная формула; исследования по различным вопросам дифференциальных уравнений (теория особых решений, метод вариации произвольных постоянных и др.), по алгебре и теории чисел, механике, астрономии, математической картографии и др. Лагранж впервые ввёл в рассмотрение тройные интегралы, предложил обозначения для производной ($y', f'(x)$) и для функции арксинус (arcsin). Парижская академия наук дважды присуждала премии Лагранжу за его научные работы.

Гаспар Монж (1746 – 1818) добился крупных успехов в математике, физике, химии и технике и в 1780г. был избран членом Парижской академии наук.

Его карьера началась в военной академии в Мезьере (1768 –1789), где на лекциях по фортификации он имел возможность развивать начертательную геометрию как особую область геометрии. Он опубликовал свои лекции в книге «Начертательная геометрия» (Géométrie descriptive, 1795 – 1799). В Мезьере Г. Монж начал также применять анализ к исследованию пространственных кривых и поверхностей. Эти его работы позже были опубликованы в трактате «Приложение анализа к геометрии» (Application de l'analyse a la géométrie, 1809). Это первая книга по дифференциальной геометрии, хотя ещё не вполне современная по форме изложения. Монж – один из первых математиков нового времени, кого мы считаем специалистом: он геометр, и даже его подход к уравнениям в частных производных носит отчётливо выраженный геометрический характер.

Пьер Симон Лаплас – последний из ведущих математиков восемнадцатого века. Самые известные труды Лапласа, в которых дана сводка не только его исследований, но и всех предыдущих работ в соответствующих областях, – «Аналитическая теория вероятностей» (Tléorie analytique des probabilités, 1812) и «Небесная механика» (Mécanique cé-leste, в 5 т. 1799 – 1825).

Контрольные вопросы по лекции для самопроверки знаний

1. Основные достижения на пути открытия математического анализа.
2. Создание аналитической геометрии.
3. Создание математического анализа.

Список литературы

1. Полякова Т.С. История математики. Европа XVII-начало XVIII вв.. Краткий очерк [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.С. Полякова. — Электрон. текстовые данные. — Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2015. — 126 c. — 978-5-9275-1527-1. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/68564.html

2. Предшественники современной математики. Историко-математические очерки в пяти томах. Том 3 [Электронный ресурс] / Р.М. Асланов [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2010. — 432 c. — 978-5-4263-0015-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/9604.html

3. Перминов В.Я. Философия и основания математики [Электронный ресурс] / В.Я. Перминов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прогресс-Традиция, 2001. — 320 c. — 5-89826-098-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/21531.html

4. Кокурина Ю.К. Курс лекций по истории математики/ Ю.К. Кокурина; Владим. гос. ун-т им. А.Г. и Н.Г. Столетовых. - Владимир: Изд-во ВлГУ, 2014. – 184 с. ISBN 978-5-9984-0504-4

Лекция № 6

Тема: Период математики абстрактных структур.

План лекции:

1. Развитие математики в начале XIX в.
2. Развитие математики середины XIX в.
3. Развитие математики в XX в.

1. Развитие математики в начале XIX в.

В истории математики девятнадцатое столетие знаменует начало нового периода – периода современной математики. Система дисциплин, составляющих математический анализ, подверглась глубокой перестройке на основе создаваемой теории пределов и теории действительного числа.

Отметим три черты, имеющие общий для большинства математических наук характер. Имеется в виду, во-первых, расширение содержания предмета математики. Среди исследований, возникших в результате запросов математической теории, в те времена было особенно много таких, которые отражали усиление внимания к обоснованию математики, это вторая характерная черта математики XIX в. Третьей характерной особенностью развития математики в XIX в. является значительное расширение области приложений, в основном обусловленное увеличением возможностей аппарата математического анализа.

Ж.Б. Фурье (1768 – 1830), для решения уравнения теплопроводности в приграничных условиях, разработал метод разделения переменных, известный теперь как метод Фурье.

Карл Фридрих Гаусс родился в 1777 г. в немецком городе Брауншвейге, был сыном поденщика. в 1795 г. он независимо от Эйлера открыл закон квадратичной взаимности теории чисел. Некоторые из результатов его ранних исследований изложены в его хельмштедтской диссертации 1799 г. и в его внушительном труде «Арифметические исследования» (Disquisitiones arithmeticae, 1801). В диссертации дано первое строгое доказательство так называемой «основной теоремы алгебры» – теоремы о том, что каждое алгебраическое уравнение с вещественными коэффициентами имеет по крайней мере один корень и, следовательно, столько корней, сколько единиц в показателе его степени.

В «Арифметических исследованиях» собраны все достижения предшественников Гаусса в области теории чисел, и вместе с тем теория чисел настолько обогащена, что опубликование этой книги иной раз считают началом современной теории чисел. Центральное место в книге занимает теория квадратичных форм, вычетов и сравнений второй степени; высшим

достижением является закон квадратичной взаимности, «золотая теорема» (theorema aurum), первое полное доказательство которой дал Гаусс.

В 1825 и 1831 гг. появились его работы по биквадратичным вычетам. Он использовал новый метод – теорию комплексных чисел. В работе 1831 г. дана не только алгебра комплексных чисел, но и их арифметика.

Адриен Мари Лежандр- автор фундаментальных работ по теории чисел («Опыт теории чисел» (Essai sur les nombres, 1798), «Теория чисел» (Théorie des nombres, 1830)), в которых сформулирован закон квадратичной взаимности. В 1806 г. Лежандр изложил метод наименьших квадратов; он изучал притяжение эллипсоидов, даже таких, которые не являются поверхностями вращения, причем им введены «функции Лежандра». Его обширные руководства в течение долгого времени были в большом почёте, особенно его «Упражнения по интегральному исчислению» (Exercices du calcul intégral, в трёх томах, 1811 – 1819) и «Трактат об эллиптических функциях и эйлеровых интегралах» (Traité des fonctions elliptiques et des intégrales euleriennes, 1827 – 1832), которые поныне остаются образцовыми произведениями. В своих «Основах геометрии» (Eléments de géometrie, 1794) он отошёл от платоновских идеалов Евклида и написал учебник элементарной геометрии, исходя из требований современной педагогики. Эта книга выдержала много изданий и была переведена на ряд языков, она повлияла на многие исследования.

Главные заслуги в области теории множеств и теории функций действительного переменного (о чём стало известно позднее) принадлежат ***Бернарду Больцано*** (1781 – 1848), выдающемуся чешскому учёному. Основные результаты его исследований стали известны лишь в 1870-х гг., а признание начали получать с 1880-х гг. Рукопись его важнейшего сочинения – «Учения о функциях» – была обнаружена лишь в 1920 г., а опубликована, с примечаниями К. Рыхлика, лишь в 1930 г., т. е. ровно через сто лет со времени её написания.

Огюстен Луи Коши (1789 – 1857) В 1816 г. был назначен членом Академии и профессором Политехнической школы, где работал вместе с другими лучшими математиками Франции. В Политехнической школе он читал лекции по математическому анализу. Весь курс лекций был опубликован в трёх книгах: «Курс анализа» (1821), «Резюме лекций по исчислению бесконечно малых» (1823), «Лекции по приложениям анализа к геометрии» (2 т., 1826, 1828). Научная продуктивность Коши была исключительной. Биографы насчитывают 789 опубликованных им работ. Больше всего славы принесли ему теория функций комплексного переменного и то, что он настаивал на строгости математического анализа.

Одной из наиболее важных является его «Мемуар об определённых интегралах, взятых между мнимыми пределами» (Mémoire sur les integrals définies, prises entre des limites imaginaires, 1825). В этой работе доказана интегральная теорема Коши.

Коши дал также первое доказательство существования решения дифференциального уравнения и системы таких уравнений (1836).

Типичным представителем синтетической (или «чистой») школы был ***Якоб Штейнер***, сын швейцарского крестьянина, «пастушок», который увлекся геометрией, когда познакомился с идеями Песталоцци. Мы обязаны ему открытием поверхности Штейнера с двойной бесконечностью конических сечений на ней (её называют также римской поверхностью).

Петер Густав Лежен Дирихле (1805 – 1859) был тесно связан как с Гауссом и Якоби, так и с французскими математиками. Его прекрасные «Лекции по теории чисел» (Vorlesungen über die Theorie der Zahlen, опубликованы в 1863 г.) всё ещё остаются одним из лучших введений в исследования Гаусса по теории чисел. Они содержат также много новых результатов. В работе 1840 г. Дирихле показал, как использовать всю мощь теории аналитических функций в задачах теории чисел, и в этих исследованиях он ввёл «ряды Дирихле». Ему принадлежит также обобщение понятия квадратичной иррациональности на общие алгебраические области рациональности (поля).

Дирихле дал первое строгое доказательство сходимости рядов Фурье – таким образом он содействовал уточнению понятия функции. В вариационном исчислении он ввёл так называемый принцип Дирихле.

В 1820 г. ***Карл Густав Якоб Якоби*** (1804 – 1851) опубликовал свои «Новые основы теории эллиптических функций» (Fundamenta nova theoriae functionum ellipticarum).

Джеймс Сильвестр назвал якобианом известный функциональный определитель, чтобы воздать должное трудам Якоби по алгебре и по теории исключения. Самой известной из работ Якоби в этой области является статья «О построении и свойствах определителей» (De formatione et proprietatibus determinantium, 1841), которая сделала теорию определителей общим достоянием математиков.

Именно К.Г. Якоби в 1841 г. ввёл в употребление круглые ∂ для обозначения частных производных.

Важные результаты были получены математиками, которые самостоятельно изучали достижения континентальной науки. Среди таких математиков наиболее выдающимся был ***Джордж Грин*** (1793 – 1841).

Результатом исследования стала книга Грина «Опыт применения математического анализа к теориям электричества и магнетизма» (Essay on the Application of Mathematical Analysis to Theories of Electricity and Magnetism, 1828) – первая попытка создать математическую теорию электромагнетизма.

2. **Развитие математики середины XIX в**.

Скромный молодой норвежский математик, сын сельского священника, ***Нильс Хенрик Абель*** (1802 – 1829) за время своей короткой жизни успел сделать так много открытий в математике, что по праву может считаться

одним из наиболее выдающихся математиков XIX в. Начав с доказательства невозможности решения в радикалах уравнения пятой степени, Абель произвел вслед за тем основополагающие исследования в области теорий аналитических функций. Он также исследовал ряд классов специальных функций, в первую очередь эллиптических и гиперэллиптических.

Эварист Галуа (1811 – 1832) нашёл основные свойства группы преобразований, связанной с корнями алгебраического уравнения, и показал, что область рациональности этих корней определяется такой группой. В теории Галуа нашли свое естественное место старые проблемы: трисекция угла, удвоение куба, решение кубических и биквадратных уравнений, равно как решение алгебраического уравнения любой степени.

Георг Фридрих Бернгард Риман (1826 – 1866), преемник Дирихле в Гёттингене, человек, больше чем кто-либо другой повлиявший на развитие современной математики. В 1851 г. появилась докторская диссертация Римана по теории функций комплексного переменного $u + iv = f(x + iy)$. Среди его результатов – открытие рода римановой поверхности как топологического инварианта и как средства классификации абелевых функций.

В 1854 г. Риман стал приват-доцентом, представив сразу две фундаментальные работы: одну по тригонометрическим рядам и основам анализа, другую – по основам геометрии. В первом трактате рассмотрены условия Дирихле разложимости функций в ряд Фурье. Во второй работе 1854 г. рассмотрены гипотезы, на которых основана геометрия. Пространство вводится как топологическое многообразие произвольного числа измерений, метрика в таком многообразии определяется с помощью квадратичной дифференциальной формы.

Карл Теодор Вильгельм Вейерштрасс (1815 – 1897) в течение многих лет был учителем одной из прусских гимназий, в 1856 г. он стал профессором математики Берлинского университета, где преподавал в течение тридцати лет. С 1856 г. К. Вейерштрасс читал лекции о представлении функций сходящимися рядами, а с 1861 г. – об общей теории функций. Наконец, появились специальные сочинения К. Вейерштрасса: «К теории однозначных аналитических функций» (1876) и «К учению о функциях» (1880), в которых его теория аналитических функций приобрела известную завершённость.

Своей славой Вейерштрасс обязан исключительной тщательности рассуждений, «вейерштрассовой строгости», что проявилось не только в его теории функций, но и в его вариационном исчислении. Он разъяснил понятия минимума, функции, производной, и таким образом устранил те неясности выражений, которые оставались в формулировке основных понятий анализа.

Эрнст Эдуард Куммер (1810 – 1893) развивал дифференциальную геометрию конгруэнции. При этих исследованиях он открыл поверхность четвёртого порядка с шестнадцатью угловыми точками, названную его именем. Славу ему принесло прежде всего то, что он ввёл идеальные числа в теорию алгебраических областей рациональности (1846).

Главные результаты ***Леопольда Кронекера*** (1823 – 1891) относятся к теории эллиптических функций, к теории идеалов и к арифметике квадратичных форм.

Рихард Дедекинд (1831 – 1916), в течение тридцати одного года состоявший профессором Высшей технической школы в Брауншвейге, построил строгую теорию иррационального числа. В двух небольших книжках – «Непрерывность и иррациональные числа» (Stetjgkeit und irrationale Zahlen, 1872) и «Что такое числа и для чего они служат» (Was sind und was sollen die Zahlen, 1882).

Георг Кантор (1845 – 1918), который преподавал в Галле с 1869 по 1905 г., Он был известен не только благодаря своей теории иррационального числа, но и благодаря теории множеств. Благодаря ей Кантор создал совершенно новую область математических исследований, которая удовлетворяет самым суровым требованиям к строгости, если только принять её исходные посылки. Он начал публиковать результаты своих исследований в 1870 г., его статья 1874 г., «Ŭber eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen» занимает важное место в истории теории множеств. В этой работе было сформулировано и доказано, что мощность континуума превосходит мощность множества алгебраических действительных чисел. Тем самым впервые было установлено, что существуют бесконечные множества различной мощности.

Август Фердинанд Мёбиус (1790 – 1868), в течение более чем пятидесяти лет наблюдатель, а потом директор Лейпцигской астрономической обсерватории, был разносторонним учёным. В книге «Барицентрическое исчисление» он первым ввёл однородные координаты и показал, что такие координаты удобны для описания проективных и аффинных свойств на плоскости. С этого времени однородные координаты стали общепринятым средством при алгебраической трактовке проективной геометрии.

Юлиус Плюккер (1801 – 1868) в ряде статей и книг, особенно в «Новой геометрии пространства» (Neue Geometrie des Raumes, 1868 – 1869), он перестроил аналитическую геометрию, внеся в неё множество новых идей. Плюккер опубликовал также общую теорию алгебраических кривых на плоскости, причём он вывел «плюккеровы зависимости» между числами особенностей различного рода (1834, 1839).

Мишель Шаль (1793 – 1880) был тонким ценителем истории математики, особенно истории геометрии. Его хорошо известный «Исторический обзор происхождения и развития геометрических методов» (Aperçu historique sur I'origine et le développement des méthodes en géométrie, 1837) стоит у порога современной истории математики.

Вопрос о том, является ли постулат о параллельного Евклида независимой аксиомой или же он может быть выведен из других аксиом, занимал математиков в течение двух тысяч лет. В древности найти ответ на этот вопрос пытался Птолемей, в Средние века – Насирэддин, в восемнадцатом веке – Ламберт и Лежандр. Все они пытались доказать аксиому

и потерпели неудачу. Первыми, кто открыто бросил вызов авторитету двух тысячелетий и построил *неевклидову геометрию*, были русский – Николай Иванович Лобачевский, и венгр – Янош Бояи.

Янош (Иоганн) Бояи (1802 – 1860) стал рассматривать постулат Евклида как независимую аксиому и открыл, что можно построить геометрию, основанную на другой аксиоме, согласно которой через, точку на плоскости

можно провести бесконечное множество прямых, не пересекающих данную прямую плоскости. Это была та самая идея, которая уже возникала у Гаусса и Лобачевского. Его соображения были напечатаны в 1832 г. в виде приложения к книге его отца под названием «Приложение, излагающее абсолютно верное учение о пространстве» (Appendix Scientiam Spatii absolute veram exhibens).

Артур Кели (1821 – 1895)- многочисленные работы Кели посвящены самым разнообразным вопросам в области конечных групп, алгебраических кривых, определителей и инвариантов алгебраических форм. Одними из наиболее известных его работ являются девять «Мемуаров о квантиках» (1854 – 1878). Шестая работа в этой серии (1859) содержит проективное определение метрики относительно конического сечения. Это открытие привело Кели к проективному определению евклидовой метрики – так он получил возможность ввести метрическую геометрию в систему проективной геометрии.

Джеймс Джозеф Сильвестр (1814 –1897)- из многочисленных результатов Сильвестра в алгебре два стали классическими: теория элементарных делителей (1851; вновь открыта Вейерштрассом в 1868 г.) и закон инерции квадратичных форм (1852; был известен Якоби и Риману, но не опубликован ими). Мы обязаны Сильвестру и многими теперь общепринятыми терминами, такими как инвариант, ковариант, контравариантный, когредиентный и сизигия.

Третьим английским алгебраистом-геометром был ***Джордж Салмон.*** Несколько поколений студентов во многих странах изучали по этим книгам аналитическую геометрию и теорию инвариантов – это «Конические сечения» (Conic Sections, 1848), «Высшие плоские кривые» (Higher Plane Curves, 1852), «Современная высшая алгебра» (Modern Higher Algebra, 1859) и «Аналитическая геометрия трёх измерений» (Analytic Geometry of Three Dimensions, 1862).

Зигфрид Генрих Аронгольд (1819 – 1884), преподававший в Высшей технической школе в Берлине, в 1858 г. написал работу, в которой развил последовательную символику, теории инвариантов с помощью так называемых «идеальных» множителей.

Пауль Гордан (1837 – 1912) из Эрлангенского университета обогатил теорию инвариантов следующей теоремой (1868 – 1869): каждая бинарная форма обладает конечной системой рациональных инвариантов и ковариантов, с помощью которых можно в рациональном виде представить все остальные рациональные инварианты и коварианты.

Альфред Клебш (1833 – 1872) был профессором в Карлсруэ, Гиссене и Гёттингене. Он был одним из первых, кто понял Римана, и стал основателем той ветви алгебраической геометрии, в которой риманова теория функций и многосвязных поверхностей применяется к действительным алгебраическим кривым.

Уильям Кингдон Клиффорд (1845 – 1879) разрабатывал геометрию движения, и для этих исследований обобщил кватернионы Гамильтона, построив так называемые бикватернионы (1873 – 1876).

Феликс Клейн (1849 – 1925) в 1872 г. Клейн стал профессором в Эрлангене. В своей вступительной лекции он разъяснял важность понятия группы для классификации различных областей математики. В этой лекции, которая стала известна под именем «Эрлангенская программа», любая геометрия объявлялась теорией инвариантов особой группы преобразований.

Герман Гельмгольц (1821 – 1894) в 1868 и 1884 гг. изучал риманово понятие пространства, отчасти в поисках геометрического образа для его теории цветов, отчасти в поисках происхождения наших зрительных оценок расстояния. Это привело его к исследованию природы геометрических аксиом, в частности римановой квадратичной метрики.

В 1840 – 1860-е гг. ведущим математиком Франции был ***Жозеф Лиувилль*** (1809 – 1882), профессор Французского коллежа в Париже, хороший преподаватель, организатор и издатель в течение

многих лет французского «Журнала чистой и прикладной математики» (Journal de Mathématiques pures et appliquées). Он подверг систематическому исследованию арифметическую теорию квадратичных форм от двух и более переменных, но «теорема Лиувилля» в статистической механике показывает, что он творчески работал в совсем иных областях.

Величайшим французским математиком второй половины девятнадцатого века был ***Анри Пуанкаре*** (1854 – 1912), профессор Сорбонны с 1881 г. до своей смерти (1912). Никто из математиков этого периода не владел таким количеством дисциплин и не был в состоянии их все обогатить. Каждый год он читал лекции по новому предмету. Они были изданы слушателями и охватывали различные области науки: теорию потенциала, оптику, электричество, теплопроводность, капиллярность, электромагнетизм, гидродинамику, небесную механику, термодинамику, теорию вероятностей.

Пуанкаре исследовал расходящиеся ряды и построил свою теорию асимптотических разложений, разрабатывал теорию интегральных инвариантов, исследовал устойчивость орбит и форму небесных тел.

Начало XX столетия (до Первой мировой войны) в математике ознаменовано продолжением работы предыдущих десятилетий, дальнейшим развитием и усилением тех сдвигов и тенденций, которые достаточно ясно обозначились в течение, скажем, последней четверти XIX в.

Одно из наиболее важных событий начала XX века – выдвижение на первый план теории функций действительного переменного (ТФДП). Её формированию содействовали работы математиков разных стран, например,

П. Дюбуа-Реймона (1831 – 1889, Германия), К. Жордана (1838 – 1922, Франция; главным образом его курс анализа), У. Дини (1845 – 1918, Италия).

3. Развитие математики в XX в.

Для времени становления ТФДП характерны работы ***Джузеппе Пеано*** (1858 – 1922).

Среди математиков французской школы роль инициатора и организатора играл ***Эмиль Борель*** (1871 –1956). Он был основателем серии монографий по теории функций и её приложениям, издававшейся в течение нескольких десятилетий и оказавшей немалое влияние на формирование молодых математиков во Франции и в других странах.

Одной из новых областей математики была топология. Комбинаторная топология стала самостоятельной дисциплиной после знаменитой серии работ А. Пуанкаре «Analysis situs» (т. е. «Анализ положения») и пяти «Дополнений» к этому первому мемуару (1895 –1904), и это было только начало.

В это время алгебра начинает превращаться из «науки о решении алгебраических уравнений» в ту «абстрактную», или «современную», алгебру, какой она остается в наши дни.

Давид Гильберт родился в 1862 г. в Кёнигсберге (ныне Калининград), там же учился в университете, защитил диссертацию в 1885 г., был доцентом (с 1886 по 1892 г.) и профессором (по 1895 г.). С 1896 г. и до своей кончины Гильберт – профессор Гёттингенского университета, славу которого он поддержал и умножил. В 1888 г. Гильберту удалось получить первые крупные результаты в области популярной тогда теории инвариантов. Гильберт решил ряд трудных более частных задач. Например, в теории чисел ему принадлежит первое общее доказательство теоремы Варинга, сформулированной ещё в XVIII в.

Гильберт известен и как ученый, сделавший немало открытий и в геометрии. Наибольшей заслугой Гильберта является то, что он сумел должным образом ввести в изученное им пространство («пространстве Гильберта») топологические соотношения.

В рассматриваемый период новые главы были вписаны и в такую традиционную дисциплину, как теория чисел (помимо уже упоминавшихся в связи с Гильбертом исследований). Ещё в 1890-е гг. Г.Ф. Вороной (1868 – 1908) и Г. Минковский (1864 – 1909, Германия) заложили основы «геометрии чисел», тесно связанной с кристаллографическими исследованиями (правильные разбиения пространства). Выдающиеся результаты были получены в аналитической теории чисел ближайшим учеником Гильберта Германом Вейлем (1885 – 1955), Эдмундом Ландау (1877 – 1938, Германия), Харди Годфри Харолдом (1877 – 1947, Англия) и Джоном Литлвудом (1885 – 1977, Англия). Недолго продолжалось творчество поразительно одарённого Сринивасы Рамануджана (1887 – 1920), первого крупного учёного, которого

дала Индия современной математике. В обзоре математики начала XX в. необходимо сказать о теории вероятностей и о математической статистике. Центром теоретической мысли в области теории вероятностей оставалась Россия: на эти годы приходятся классические исследования А.М. Ляпунова и А.А. Маркова.

В 1920 – 1930-е гг. быстро развивается математика в ряде стран, получивших самостоятельность после войны 1914 – 1918 гг., прежде всего в Польше и Венгрии. Одновременно (с 1920-х гг.) ослабевает математическая активность в Италии под режимом Муссолини, а в 1930-е гг. фашизм в Германии отбрасывает науку далеко назад. Французская математика, потерявшая немало молодежи во время войны 1914 – 1918 гг., тоже лишается своего первенствующего положения, английская едва сохраняет свои позиции. Таким образом, к концу 1930-х гг. существенно меняется расстановка математических сил: два основных центра находятся теперь в СССР и США, Западная Европа на втором плане, продолжается медленный подъём в Японии, Индии, некоторых странах Южной Америки, в Канаде.

В годы Второй мировой войны научная деятельность математиков не прекращалась, но потери были велики. В оккупированных гитлеровцами странах почти прекратилась научная жизнь, а в Польше, Чехословакии, Югославии учёным, в том числе математикам, грозило физическое уничтожение, и погибли многие. Международное общение математиков, даже между учёными нейтральных стран, фактически прекратилось. Молодое поколение математиков в СССР, в меньшей мере – в других странах антигитлеровской коалиции, понесло значительные потери. Из-за установления фашистского режима в Германии и Италии прекратились математические исследования.

В 1950 г. собрался первый послевоенный международный математический конгресс в Гарварде (США), на котором было достигнуто соглашение о возобновлении деятельности Международного математического союза. Не меньшую роль, чем общие математические конгрессы, стали играть международные конференции и симпозиумы по отдельным дисциплинам и областям.

В значительной мере восстановила свою былую славу французская математика, медленнее повышается потенциал итальянской и немецкой науки. Но продолжается процесс деевропеизации: заметным стал вклад японских учёных, укрепились математические центры Индии, Канады, Южной Америки, Китая (до «культурной революции»). Университеты Австралии и Африки тоже имеют в своем составе учёных-математиков, так что впервые в истории наука развивается на всех пяти обитаемых континентах.

Многие области математики стали самостоятельными. К их числу можно отнести кибернетику.

Всё более расширяются связи математики с другими науками. Если раньше они ограничивались в основном механикой, астрономией, физикой, то теперь математические методы всё глубже проникают в химию, геологию,

биологию, медицину, экономику, языкознание. Общеизвестна роль математики в создании новых направлений техники – радиоэлектроники, атомной энергетики, космонавтики. Старинное утверждение о том, что «математика является царицей наук», приобрело таким образом гораздо более глубокое содержание.

Контрольные вопросы по лекции для самопроверки знаний

1. Развитие математики в начале XIX в.
2. Развитие математики середины XIX в.
3. Развитие математики в XX в.

Список литературы

1. Полякова Т.С. История математики. Европа XVII-начало XVIII вв.. Краткий очерк [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т.С. Полякова. — Электрон. текстовые данные. — Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2015. — 126 с. — 978-5-9275-1527-1. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/68564.html

2. Предшественники современной математики. Историко-математические очерки в пяти томах. Том 3 [Электронный ресурс] / Р.М. Асланов [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прометей, 2010. — 432 с. — 978-5-4263-0015-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/9604.html

3. Перминов В.Я. Философия и основания математики [Электронный ресурс] / В.Я. Перминов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Прогресс-Традиция, 2001. — 320 с. — 5-89826-098-6. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/21531.html

4. Кокурина Ю.К. Курс лекций по истории математики/ Ю.К. Кокурина; Владим. гос. ун-т им. А.Г. и Н.Г. Столетовых. - Владимир: Изд-во ВлГУ, 2014. – 184 с. ISBN 978-5-9984-0504-4