

Контрольная работа № 1

I. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья

1. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{a}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - \cos \alpha x}{e^{\beta x} - \cos \beta x}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{a\sqrt{x}} - 1}{\sqrt{\sin bx}}$
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x}$
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2\operatorname{arctg} x}{\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)}$
9. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^m - a^m}{x^n - a^n}$
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{c^x - d^x}$
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x \cos x}$
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x\sqrt{1-x^2}}$
14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)}$
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{tg} x} - e^x}{\operatorname{tg} x - x}$
17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} - x - 1}{\cos x + \frac{x^2}{2} - 1}$
18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1 - x^3}{\sin^6 2x}$
19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)^4 - 4x + 2x^2 - \frac{4}{3}x^3 + x^4}{6 \sin x - 6x + x^3}$
20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin x}$
21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln \sin x}$
22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(1-x) - \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}{\operatorname{ctg} \pi x}$
23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx}$
24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ch} x - \cos x}{x^2}$
25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - a}{x - \sin x}$
26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \operatorname{tg} 4x - 12 \operatorname{tg} x}{3 \sin 4x - 12 \sin x}$
27. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$
28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{ctg} x - 1}{x^2}$

II. Вычислить пределы, пользуясь правилом Лопиталья

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-x}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} [(\pi - 2\operatorname{arctg} x) \ln x]$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[x \sin \frac{a}{x} \right]$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right]$
5. $\lim_{x \rightarrow a} \left[(a^2 - x^2) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a} \right]$
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\cos \frac{\pi x}{2} \ln(1-x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\sqrt[3]{(a+x)(b+x)(c+x)} - x \right]$
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) \right]$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \left[x^2 e^{\frac{1}{x^2}} \right]$

$$10. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{1}{\ln(e^x-1)}}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow +0} \left(\ln \frac{1}{x}\right)^x.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} a}\right)^{\operatorname{ctg} (x-a)}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right).$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x}\right).$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{tg} x}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow a} \left(2 - \frac{x}{a}\right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a}}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\ln(1+x)^{1+x}}{x^2} - \frac{1}{x}\right].$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\sin x}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2x+1}\right)^{\frac{1}{x}}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x - x \ln a}{b^x - x \ln b}\right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1}\right).$$