

Тема 4. Математика древнего Китая и Индии

1. Особенности развития математики в Китае.
2. Китайские математические книги.
3. Развитие математики в Древней Индии.
4. Древнеиндийские ученые и их заслуги.

Зарождение математики в Китае

Прежде чем приступить к детальному изучению возникновения математики и использования математических методов Древнем Китае, хотелось бы сказать немного о зарождении самой науки.

Счет предметов на самых ранних ступенях развития культуры привел к созданию простейших понятий арифметики натуральных чисел. Только на основе разработанной системы устного счисления возникают письменные системы счисления и постепенно вырабатываются приемы выполнения над натуральными числами четырех арифметических действий. Потребности измерения (количества зерна, длины дороги и т.п.) приводят к появлению названий и обозначений простейших дробных чисел и к разработке приемов выполнения арифметических действий над дробями.

Таким образом, накапливался материал, складывающийся постепенно в древнейшую математическую науку – арифметику. Измерение площадей и объемов, потребности строительной техники, а несколько позднее – астрономии, вызывают развитие начатков геометрии. Эти процессы шли у многих народов в значительной мере независимо и параллельно. Особое значение для дальнейшего развития науки имело накопление арифметических и геометрических знаний в Др. Египте и Вавилоне. В Вавилоне на основе развитой техники арифметических вычислений появились также начатки алгебры, а в связи с запросами астрономии – начатки тригонометрии.

Но важно заметить, что процессы развития математики как науки на Западе значительно отличались от тех же процессов в странах Востока, Средней Азии и Ближнего Востока.

Развитие математики в Древнем Китае

Наличие у китайских математиков высокоразработанной техники вычислений и интереса к общим алгебраическим методам обнаруживает уже

«Математика в девяти книгах» составленная по более ранним источникам во 2-1 вв. до н.э. В этом сочинении, положившем начало прогрессу математики в Китае вплоть до 14 века, описываются, в частности, способы извлечения квадратных и кубических корней из целых чисел. Большое число задач решается так, что их можно понять только как примеры, служившие для разъяснения отчетливо принятой схемы исключения неизвестных в системах линейных уравнений. В связи с календарными расчетами в Китае возник интерес к задачам такого типа: при делении числа 3 остаток есть 2, при делении на 5 остаток есть 3, а при делении на 7 остаток есть 2, каково это число? Сунь-цзы (3в.) и более полно Цзинь Цзюшао (13в.) дают изложенное на примерах описание регулярного алгоритма для решения таких задач. Примером высокого развития вычислительных методов в геометрии может служить результат Цзу Чунжи (2-я половина 5 века), который, вычисляя площади некоторых вписанных в круг и описанных многоугольников, показал, что отношение π длины окружности к диаметру лежит в пределах

$$3,1415926 < \pi < 3,1415927$$

Как правило, впрочем, в задачах вычислительной геометрии пользовались приближенным значением π , равным 3. Примечательно, что наряду с этим был сформулирован так называемый принцип Кавальери, примененный к сравнению объема шара диаметра d с объемом тела, заключенного между поверхностями двух вписанных в куб d^3 цилиндров со взаимно перпендикулярными осями. Ранее объем этого тела, равный $(2/3)d^3$, определил Архимед, вывод, которого не сохранился. Вопрос о возможных связях между математикой Древнего Китая и Древней Греции, а также Вавилона остается открытым.

Особенно замечательны работы китайцев по численному решению уравнений. Геометрические задачи, приводящие к уравнениям третьей степени, впервые встречаются у астронома и математика Ван Сяотуна (7в.). Изложение методов решения уравнений четвертой и высших степеней было дано в работах математиков 13-14 века Цзинь Цзюшао, Ли Е, Ян Хуэя и Чжу Шицзе.

С воцарением династии Хань (II в. до н. э. — I в. н. э.) древние знания стали восстанавливать и развивать. Во II в. до н. э. опубликованы наиболее древние из дошедших до нас сочинений — математико-астрономический «Трактат об измерительном шесте» и фундаментальный труд «Математика в девяти книгах». «Математика в девяти книгах» — древнекитайское математическое сочинение. Представляет собой слабо согласованную компиляцию более

ранних трудов разных авторов, написанных в X—II веках до н. э. Окончательно отредактирована финансовым чиновником Чжан Цаном (умер в 150 до н. э.). В ней собраны 246 задач, изложенных в традиционном восточном духе, т.е. рецептурно: формулируется задача, сообщается готовый ответ и (очень кратко и не всегда) указывается способ решения. Цифры обозначались специальными иероглифами, которые появились во II тысячелетии до н. э., и начертание их окончательно установилось к III в. до н. э. Эти иероглифы применяются и в настоящее время. Для записи больших чисел в древнем Китае использовались 4 различные системы:

Система 億/亿 (yì) 兆 (zhào) 京 (jīng) 垓 (gāi) 秭 (zǐ) 穰 (ráng) Принцип

1 105 106 107 108 109 1010 Каждое следующее число больше предыдущего в 10 раз

2 108 1012 1016 1020 1024 1028 Каждое следующее число больше предыдущего в 10000 раз

3 108 1016 1024 1032 1040 1048 Каждое следующее число больше предыдущего в 108 раз

4 108 1016 1032 1064 10128 10256 Каждое следующее число является квадратом предыдущего

Первая система является, по-видимому, самой древней. Сейчас повсеместно используется вторая система, но большинство людей не знают символов, больших 兆.

Китайский способ записи чисел изначально был мультипликативным. Например, запись числа 1946, используя вместо иероглифов римские цифры, можно условно представить как 1M9C4X6. Однако на практике расчёты выполнялись на счётной доске суаньпань, где запись чисел была иной — позиционной, как в Индии, и, в отличие от вавилонян, десятичной — китайская семикосточковая разновидность абака (Счёты). Появилась в VI веке нашей эры. Современный тип этого счётного прибора был создан позднее, по-видимому в XII столетии. Суаньпань представляет собой прямоугольную раму, в которой параллельно друг другу протянуты проволоки или веревки числом от девяти и более. Перпендикулярно этому направлению суаньпань перегорожен на две неравные части. В большом отделении на каждой проволоке нанизано по пять шариков (косточек), в меньшем — по два. Проволоки соответствуют десятичным разрядам. Суаньпань изготовлялись всевозможных размеров, вплоть до самых

миниатюрных - в коллекции Перельмана имелся привезенный из Китая экземпляр в 17 мм длины и 8 мм ширины.

Китайцы разработали изощрённую технику работы на счётной доске. Их методы позволяли быстро производить над числами все 4 арифметические операции, а также извлекать квадратные и кубические корни.

Китайская счётная доска по своей конструкции аналогична русским счётам. Нуль сначала обозначался пустым местом, специальный иероглиф появился около XII века н. э. Для запоминания таблицы умножения существовала специальная песня, которую ученики заучивали наизусть.

Математика в Индии

Научные достижения **индийской математики** широки и многообразны. Уже в древние времена учёные Индии на своём, во многом оригинальном пути развития достигли высокого уровня математических знаний. В I тысячелетии н. э. индийские учёные подняли античную математику на новую, более высокую ступень. Они изобрели привычную нам десятичную позиционную систему записи чисел, предложили символы для 10 цифр (которые, с некоторыми изменениями, используются повсеместно в наши дни), заложили основы десятичной арифметики, комбинаторики, разнообразных численных методов, в том числе тригонометрических расчётов.

Древнейший период

Развитие индийской математики началось, вероятно, достаточно давно, но документальные сведения о начальном её периоде практически отсутствуют. Среди наиболее древних из сохранившихся индийских текстов, содержащих математические сведения, выделяется серия религиозно-философских книг Шульба-сутры (дополнение к Ведам). Эти сутры описывают построение жертвенных алтарей. Самые старые редакции этих книг относятся к VI веку до н. э., позднее (примерно до III века до н. э.) они постоянно дополнялись. Уже в этих древних манускриптах содержатся богатые математические сведения, по своему уровню не уступающие вавилонским^[1]:

- Действия с дробями
- Извлечение корней («карани» на санскрите)
- Рациональные приближения для корней
- Решение неопределённых уравнений
- Суммирование арифметической и геометрической прогрессий
- Теорема Пифагора

- Точные и приближённые методы для нахождения площади треугольника, параллелограмма и трапеции, объёма цилиндра, призмы, усечённой призмы.

Классическая задача комбинаторики: «сколько есть способов извлечь m элементов из N возможных» упоминается в сутрах, начиная примерно с IV века до н. э.^[2] Индийские математики, видимо, первыми открыли биномиальные коэффициенты и их связь с биномом Ньютона^[2]. Во II веке до н. э. индийцы знали, что сумма всех биномиальных коэффициентов степени n равна .

Нумерация и счёт

1	2	3	4	5	6	7	8	9
—	=	≡	+	h	φ	?	↵	?

От этих индийских значков произошли современные цифры (начертание I века н. э.)

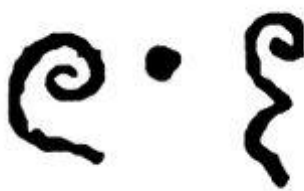
Индийская нумерация (способ записи чисел) изначально была изысканной.

В санскрите были средства^[3] для именования чисел до . Для цифр сначала использовалась сиро-финикийская система, а с VI века до н. э. — написание «*брахми*», с отдельными знаками для цифр 1-9. Несколько видоизменившись, эти значки стали современными цифрами, которые мы называем *арабскими*, а сами арабы — *индийскими*.

Около 500 г. н. э. неизвестные нам индийские учёные изобрели десятичную позиционную систему записи чисел. В новой системе выполнение арифметических действий оказалось неизмеримо проще, чем в старых, с неуклюжими буквенными кодами, как у греков, или шестидесятеричных, как у вавилонян.

В VII веке сведения об этом замечательном изобретении дошли до христианского епископа Сирии Севера Себохта, который писал^[4]:

Я не стану касаться науки индийцев... их системы счисления, превосходящей все описания. Я хочу лишь сказать, что счёт производится с помощью девяти знаков.



Записанная древнекхмерскими цифрами дата «605 год эры Шака» (683 год): древнейшее изображение нуля (Самбоур, Камбоджа)

Очень скоро потребовалось введение нового числа — нуля. Учёные расходятся во мнениях, откуда в Индию пришла эта идея — от греков, из Китая или индийцы изобрели этот важный символ самостоятельно. Первый код нуля обнаружен в манускрипте Бакхшали 876 г. н. э., он имеет вид привычного нам кружочка.

Дроби в Индии записывались вертикально, как делаем и мы, только вместо черты дроби их заключали в рамку (так же, как в Китае и у поздних греков). Действия с дробями ничем не отличались от современных.

Индийцы использовали счётные доски, приспособленные к позиционной записи. Они разработали полные алгоритмы всех арифметических операций, включая извлечение квадратных и кубических корней. Сам наш термин «корень» появился из-за того, что индийское слово «мула» имело два значения: *основание* и *корень* (растения); арабские переводчики ошибочно выбрали второе значение, и в таком виде оно попало в латинские переводы. Возможно, аналогичная история произошла со словом «синус». Для контроля вычислений применялось сравнение по модулю 9.

Математики древней и средневековой Индии

Первые дошедшие до нас «сиддханты» (научные сочинения) относятся уже к IV—V векам н. э., и в них заметно сильное древнегреческое влияние. Отдельные математические термины — просто кальки с греческого. Предполагается, что часть этих трудов была написана греками-эмигрантами, бежавшими из Александрии и Афин от антиязыческих погромов в Римской империи. Например, известный александрийский астроном Паулос написал «Пулиса-сиддханта».



Ариабхата

К V—VI векам относятся труды Ариабхаты, выдающегося индийского математика и астронома. В его труде «*Ариабхатиам*» встречается множество решений вычислительных задач. В VII веке работал другой известный индийский математик и астроном, Брахмагупта. Начиная с Брахмагупты, индийские математики свободно обращаются с отрицательными числами, трактуя их как долг. Предположительно, эта идея пришла из Китая. При решении уравнений, однако, отрицательные результаты неизменно отвергали. Брахмагупта, как и Ариабхата, систематически применял непрерывные дроби, теория которых отсутствовала у греков.

Особенно далеко индийцы продвинулись в алгебре и в численных методах^[5]. Их алгебраическая символика богаче, чем у Диофанта, хотя несколько громоздка (засорена словами). Геометрия по каким-то причинам вызывала у индийцев слабый интерес — доказательства теорем состояли из чертежа и слова «смотри». Формулы для площадей и объёмов, а также тригонометрию они, скорее всего, унаследовали от греков.

Ряд открытий был сделан в области решения неопределённых уравнений в натуральных числах. Вершиной стало решение в общем виде уравнения . В 1769 г. индийский метод переоткрыл Лагранж.

В VII—VIII веках индийские математические труды переводятся на арабский. Десятичная система проникает в страны ислама, а через них, со временем — и в Европу.

В XI веке происходит захват и разорение мусульманами Северной Индии (Махмуд Газневи). Культурные центры переносятся в Южную Индию. Научная жизнь на длительный период угасает. Из значительных фигур этого периода можно выделить Бхаскару, автора астрономо-математического трактата «*Сиддханта-широмани*». Бхаскара дал решение уравнения Пелля и ряда других диофантовых уравнений, продвинул теорию непрерывных дробей и сферическую тригонометрию.

XVI век был отмечен крупными открытиями в теории разложения в ряды, переоткрытыми в Европе 100—200 лет спустя. В том числе — ряды для синуса, косинуса и арксинуса. Поводом к их открытию послужило, видимо, желание найти более точное значение числа π .