

Тема: Первые математические теории древней Греции.

1. Развитие Древней Греции. Рождение математики в Элладе.
2. Софисты и пифагорейцы.
3. Знаменитые парадоксы.
4. Кризис греческой математики.

Математика – одна из древнейших, важнейших и сложнейших компонентов человеческой культуры. История математики тысячами нитей связана с историей других наук. Народная мудрость гласит, что невозможно понять подлинный смысл настоящего и цели будущего, если не знать и не ценить прошлое. Жизнь не стояла на месте. С развитием человечества появляется потребность передавать известия друг другу, писать, считать. Так в далёком прошлом постепенно зарождалась математика. Древние греки были удивительно талантливым народом, у которого есть чему поучиться даже сейчас. В те времена Греция состояла из многих мелких государств. Каждый раз, когда приходилось решать какой-нибудь важный государственный вопрос, горожане собирались на площади, обсуждали его, спорили, а потом голосовали. Они были хорошими "спорщиками". По преданию, в то время сложилось утверждение: " В споре рождается истина!" Греки отличались трудолюбием и смелостью. Среди них были отличные строители, мореплаватели, купцы и художники. Они внесли большой вклад в развитие культуры и науки, особенно математики. Известно что ученые-математики древней Греции были крупнейшими математиками в далеком прошлом и задачи, составленные ими интересны и в наши дни. Весьма большая часть нашего современного школьного курса математики, особенно геометрии, была известна древним грекам. Учитель никогда не начнет изложения новой темы, не говоря о новом разделе математики, без вводной исторической части, вызывающей интерес и внимание учеников. Уроки с привлечением исторического материала никого не оставляют равнодушными. Как, знакомя учеников с начальными понятиями геометрии 7 класса, не рассказать о греческой математике?. Как изучая тему “Площадь” 8 кл. Не объяснить измерение площадей в Древней Греции (решение старинных задач). Именно здесь так устанавливается связь исторических сведений с материалом рассматриваемой темы. История математики выступает средством активизации познавательной деятельности учащихся. А это является основой учебной деятельности по той причине, что:

– интерес способствует формированию глубоких и прочных знаний;

- развивает и повышает качество мыслительной деятельности, активность в учении, благоприятствует формированию способностей;
- создает более благоприятный эмоциональный фон для протекания всех психических процессов.

Экскурс в историю можно сопровождать картинками, слайдами, презентацией. Математика со времени её зарождения как науки и много раньше была тесно связана не только с цивилизацией, с практикой, но и со всей общечеловеческой культурой – со всем миром. И математические теории, и методы открывались, создавались конкретными личностями, математиками, жизнь и судьба которых, интересная и насыщенная, поучительная и порой трагическая, неотделима от исторической эпохи, в которую они творили.

Ученые Греции



Пифагор

Архимед

Евклид

Фалес

Эратосфен

Расскажем о Пифагоре, именем которого названа теорема, которую знают все. В Древней Греции жил ученый **Пифагор** (родился он около 580 г. До н. Э., а умер в 500 г. До н. Э.). О жизни этого ученого известно немного, зато с его именем связано ряд легенд. Рассказывают, что он много путешествовал, был в Индии, Египте, Вавилоне, изучал древнюю культуру и достижения науки разных стран. Вернувшись на родину, Пифагор организовал кружок молодежи из представителей аристократии. В кружок принимались с большими церемониями после долгих испытаний. Каждый вступающий

отрекался от своего имущества и давал клятву хранить в тайне учения основателя. Так на юге Италии, которая была тогда греческой колонией, возникла так называемая пифагорейская школа. Пифагорейцы занимались математикой, философией, естественными науками. Ими было сделано много важных открытий в арифметике и геометрии. В школе существовал декрет, по которому авторство всех математических работ приписывалось Пифагору. Пифагор был убит в уличной схватке во время народного восстания. После его смерти ученики окружили имя своего учителя множеством легенд, так что установить о Пифагоре правду невозможно. Теорема Пифагора имеет богатую историю. Оказывается, она задолго до Пифагора была известна египтянам, вавилонянам, китайцам и индийцам. Доказательство самого Пифагора до нас не дошло. В настоящее время имеется свыше 100 доказательств. Возможно, что одно из них принадлежит Пифагору и его ученикам.

Архимед – вершина научной мысли древнего мира. Архимед родился в 287 году до нашей эры в греческом городе Сиракузы, где и прожил почти всю свою жизнь. Отцом его был Фидий, придворный астроном правителя города Герона. Учился Архимед в Александрии, где правители Египта Птолемеи собрали лучших греческих ученых и мыслителей, а также основали самую большую в мире библиотеку. Основные работы Архимеда касались различных практических приложений математики, физики, гидростатики и механики. В сочинении "Параболы квадратуры" Архимед обосновал метод расчета площади параболического сегмента, причем сделал это за две тысячи лет до открытия интегрального исчисления. В труде "Об измерении круга" Архимед впервые вычислил число "пи" – отношение длины окружности к диаметру – и доказал, что оно одинаково для любого круга. Архимед, погибший при захвате римлянами его родного города Сиракузы в то время, когда пришел римский солдат. По преданию, Архимед был увлечен решением геометрической задачи, чертеж которой был выполнен на песке. Солдат, убивший Архимеда, или не знал о приказе военачальника сохранить жизнь Архимеду, или не узнал Архимеда. В наше время имя Архимеда связывают главным образом с его замечательными математическими работами, однако в античности он прославился также как изобретатель различного рода механических устройств и инструментов, о чем сообщают авторы, жившие в более позднюю эпоху. Считается, что Архимед был изобретателем т.н. Архимедова винта, который служил для подъема воды на поля и явился прообразом корабельных и воздушных винтов.

- Вызывает сомнение и подлинность истории, что будто бы царь поручил Архимеду проверить, из чистого ли золота сделана его корона или же ювелир присвоил часть золота, сплавив его с серебром. “Размышляя над этой задачей, Архимед как-то зашел в баню и там, погрузившись в ванну, заметил, что количество воды, переливающейся через край, равно количеству воды, вытесненной его телом. Это наблюдение подсказало Архимеду решение задачи о короне, и он, не медля ни секунды, выскочил из ванны и, как был нагой, бросился домой, крича во весь голос о своем открытии: “Эврика! Эврика!” (греч. “Нашел! Нашел!”)”.
 - При обороне Сиракуз от осаждавших этот город римских войск Архимед создал подъемные и метательные машины, а “зажигательное зеркало”, с помощью которого он якобы сжег корабли доныне остается загадкой, волнующей умы исследователей.
 - Сохранившиеся математические сочинения Архимеда можно разделить на три группы. Сочинения первой группы посвящены в основном доказательству теорем о площадях и объемах криволинейных фигур или тел. Сюда относятся трактаты “О шаре и цилиндре, Об измерении круга, О коноидах и сфероидах, О спиралях и О квадратуре параболы”. Вторую группу составляют работы по геометрическому анализу статических и гидростатических задач: О равновесии плоских фигур, О плавающих телах. К третьей группе можно отнести различные математические работы: О методе механического доказательства теорем, Исчисление песчинок, Задача о быках и сохранившийся лишь в отрывках Стомахийон.

Евклид. Древнегреческий ученый Евклиду принадлежат сочинения по механике, оптике, музыке. Известны его заслуги и в астрономии. Евклиду приписываются также несколько теорем и новых доказательств

Из дошедших до нас сочинений Евклида наиболее знамениты “Начала”, состоящие из 15 книг. В 1-й книге формулируются исходные положения геометрии, а также содержатся основополагающие теоремы планиметрии, среди которых теорема о сумме углов треугольника и теорема Пифагора. При построении правильных многоугольников опять звучит это имя Евклида. XIII книга “Начал” посвящена платоновым телам – правильным многогранникам, красотой которых восхищаемся на уроках стереометрии. Рассматривая вопросы дифференциального и интегрального исчисления на уроках анализа, говорим о том, что идеи, положенные в их основу Ньютоном и Лейбницем в

XVII в., уходят своими корнями к методу исчерпывания, открытому еще Евклидом и Архимедом.

Фалес из Милета (ок.625 – ок.547 до н.э.) Древнегреческий ученый и государственный деятель, первый из семи мудрецов. Во время путешествий он посетил Египет, где и познакомился с астрономией и геометрией. Легенда рассказывает о том, что Фалес привел в изумление египетского царя Амазиса, измерив высоту одной из пирамид по величине отбрасываемой ею тени. Задача. Измерить высоту пирамиды по отбрасываемой ею тени. (Размеры даны в локтях; 1 локоть = 7 ладоням = 466 мм.)

Зачинатель и родоначальник греческой философии и науки. Считается, что Фалес первым доказал несколько геометрических теорем, а именно:

- Вертикальные углы равны;
- Треугольники с равной одной стороной и равными углами, прилежащими к ней, равны;
- Углы при основании равнобедренного треугольника равны;
- Диаметр делит круг пополам;
- Угол, вписанный в полуокружность, всегда будет прямым.

Фалес определял высоту предмета по его тени, расстояния до кораблей, используя подобие треугольников.

Он сделал ряд открытий в области астрономии, установил время равноденствий и солнцестояний, Определил продолжительность года. Фалес был причислен к группе “семи мудрецов”.

Эратосфен Киренский (ок. 276 – 194 до н.э.) – разносторонний ученый: математик, астроном, географ, историк и филолог. Прославился благодаря изобретению “решета Эратосфена”. В сочинении “Решето” Эратосфен создал оригинальный метод для “отсеивания” простых чисел. В последовательности натуральных чисел зачеркнем 1. Число 2-простое. Зачеркнем все числа, кратные 2. Число 3– первое из незачеркнутых – простое. Затем зачеркнем всякое число, делящееся на 3, и т. Д. Так можно получить сколь угодно большой фрагмент последовательности простых чисел. Во времена Эратосфена писали на восковых дощечках. Числа не зачеркивали, а прокалывали. Отсюда и название метода– решето. Сконструировал прибор – мезолябий для механического решения делосской задачи (удвоения куба).

Осуществил первое измерение размеров земли. Измерив длину $1/50$ дуги земного меридиана, Эратосфен вычислил окружность земного шара и

получил 25 200 стадий, или 39 960 км, что лишь на 319 км меньше действительного значения.

Герон Александрийский великий физик, математик, механик и инженер древней Греции. Жил предположительно в I-II века до нашей эры в Александрии Египетской. Время жизни отнесено ко второй половине первого века н. э. На том основании, что он приводит в качестве примера лунное затмение 13 марта 62 г. н. э.

Герона относят к величайшим инженерам за всю историю человечества. Он первым изобрёл автоматические двери, автоматический театр кукол, автомат для продаж, скорострельный самозаряжающийся арбалет, паровую турбину, автоматические декорации, прибор для измерения протяженности дорог (древний “таксометр”) и др. Первым начал создавать программируемые устройства (вал со штырьками с намотанной на него веревкой). Одной из главных заслуг Герона Александрийского перед историей, являются книги, написанные им. В них описываются не только собственные изобретения Герона, но и знания других ученых древней Греции. Много работ Герона Александрийского было посвящено Математике. Больше всего в его работах формул по геометрии, задач по вычислению геометрических фигур. Так же здесь описывается и знаменитая формула Герона, с помощью которой можно вычислить площадь треугольника по трем сторонам.

В конце II в. н.э. Начинается закат греческой математики.

На фоне общего застоя и упадка резко выделяется гигантская фигура *Диофанта*.

В III–IV веках нашей эры жил в городе Александрии знаменитый греческий математик Диофант. Почти все математики древности занимались уравнениями. Много внимания им уделял, а главное, много нового внес в способы их решения древнегреческий ученый Диофант.

О Диофанте известно очень мало. Есть основание полагать, что он жил около III в. н.э. Одна группа уравнений, так называемые неопределенные уравнения, до сих пор называются диофантовыми уравнениями. Именно для них он нашел способ решения.

Скудные сведения о Диофанте может дополнить нам лишь надпись на надгробном камне, сформулированная задолго до нас дошли шесть из тринадцати книг “Арифметики”, написанных Диофантом, да предание о надписи на его могильном камне. Эта надпись дает возможность определить

продолжительность жизни математика, которого позднее назвали “отцом греческой алгебры”.

Здесь погребен Диофант, и камень могильный

При счете искусном расскажет нам,

Сколь долог был его век.

Велением бога он мальчиком был шестую часть своей жизни;

В двенадцатой части затем прошла его светлая юность.

Седьмую часть жизни прибавим – перед нами очаг Гименея.

Пять лет протекли; и прислал Гименей ему сына.

Но горе ребенку! Едва половину он прожил

Тех лет, что отец, как скончался несчастный.

Четыре года страдал Диофант от утраты такой тяжелой

И умер, прожив для науки. Скажи мне,

Скольких лет достигнув, смерть воспринял Диофант?

Главный труд Диофанта– “Арифметика”, по предположению, состоит из 13 книг. Книга Диофанта “Арифметика” содержала большое количество интересных задач, её изучали математики всех поколений. Книга сохранилась до наших дней. В честь Диофанта назван кратер на Луне. О жизни Метродора, составителя задачи о жизни Диофанта, ничего неизвестно, нет сведений о времени его жизни и смерти. В историю математики древней Греции он вошел как автор задач, составленных в стихах. Задачи Метродора входили в рукописные сборники и имели в своё время большое распространение

Нет сомнений в научности математики Древней Греции. Ни один народ древности не сделал столько для развития математики, как жители Греции. Человеческой природе свойственно уважение к прошлому. Это уважение иногда вызывает у учащихся желание взглянуть на математику как на науку сквозь туман старины, прикоснуться к седой древности, тысячелетним тайнам и загадкам...

Пускай останется извечный мир загадок

Чтоб продолжалась жизнь, не ведая конца.

В. Рождественский

Софисты и пифагорейцы.

Говоря об античной философии, нельзя обойти вниманием знаменитую пифагорейскую философскую школу. Основателем Пифагорейского союза

был *Пифагор*, а главной его истиной — положение о том, что «*все есть число*».

«Ранние пифагорийцы» вообще считали число божественным началом, истинной сущностью мира и средством, очищающим самого человека и приготавливающим его к смерти как к переходу в мир иной, где именно число и числовые отношения определяют все, и человек, не знающий математики, после своей смерти совсем не будет понимать сути инобытия. Философы этой школы подчеркивали, что тот, кто изучит и овладеет числовыми отношениями, сам станет подобным Богам (как Пифагор), а его душа освободится от реинкарнации и возвысится до состояния абсолютного блаженства. Как видно, пифагоризм фактически соединяет в себе как начала философские, так и религиозные, но более всего — математические, что явилось предпосылкой в будущем успешного математического и естественно-научного познания. В этом есть историческая заслуга этой философской школы: мир не только разнообразие качественно различных процессов, явлений, вещей, но и великое количественное единство всего существующего, подчиняющееся таким же во многом единым именно количественным (числовым) закономерностям.

Представители еще одной философской школы — софисты (древне-гр. Проявлять мастерство, заниматься каким-либо искусством, позднее — мудрец) — *Протагор, Горгий, Продик, Гиггий, Горгий, Антифон* и др. Подвергли резкой критике основания старой цивилизации. Главный порок ее они усматривали в непосредственности, под которой понимали неразборчивость, недоказательность, необоснованность человеческих практик, в опоре всегда только на привычку и традицию саму по себе. Такие активности ошибочны, авантюристичны, порождают хаос, и поэтому все нужно подвергнуть пересмотру, обновлению, положив в основу всего человеческий разум, позволив каждому человеку не слепо следовать устоявшимся порядкам, а сознательно выбирать себе то, что более подходит именно ему.

У софистов теперь индивид становится судьей всему, что его окружает, и подвергает пересмотру абсолютно все. Софисты опровергают тезис элеатов о том, что мир мнений не существует; софисты говорят, что только мир мнений на самом деле и существует, а произвол индивида правит в нем главный бал. Хорошо известно знаменитое изречение Протагора: «Человек

есть мера всех вещей: существующих, что они существуют, несуществующих, что они не существуют».

Софистов называют античными просветителями, а их историческое время — греческим Просвещением. Это было историческое время, когда философы стали получать первые гонорары за обучение, в большом спросе была риторика как искусство слова, во всем объявлялось господство относительного, временного, преходящего, т.е. Релятивизм, субъективизм, скептицизм. Софисты подчеркивали принципиальную недостижимость истины, а главным субъектом познания считали отдельного, изолированного от общества индивида. Заметим, что такого рода философия — ложная, разрушающая, а главное именно не обоснованная (вспомним, с чего начинали сами софисты!), по формуле «у каждого — своя истина, своя правда, все относительно, каждый по своему прав и т.д.» — очень прижилась в обывательском сообществе и в наше историческое время. А это уже вызывает беспокойство, поскольку на таких философских началах построить что-либо устойчивое и приемлемое в мире людей вряд ли возможно. Заметим: софисты, многие из которых были учениками Демокрита, устремились не к поиску основ мира, а к поиску оснований человеческих поступков и мотивов поведения, утверждая право индивида на самостоятельность, т.е. Возможность поступать согласно своим внутренним побуждениям, совсем не обязательно согласующимся с традиционными предписаниями. Отсюда их беспощадная критика традиционных установлений, повседневных правил и обычаев, ниспровержение веры в олимпийских богов. В этом освобождении ума и речи — главное открытие софистов. Ум в их философии становится личной способностью человека, а не орудием космоса, как некогда у «фюсиологов». Этот «собственный» ум впервые позволяет человеку ощутить свою власть над миром. Следует, однако, отметить, что, провозгласив для человеческого разума столь великие цели, в своей повседневной деятельности софисты, по сути, низвели его до обслуживания лично своих житейских, практических интересов.

3 парадокса

1. **Дилемма крокодила** является софизмом, то есть логическим парадоксом. Это означает ложное умозаключение, которое, тем не менее, при поверхностном рассмотрении кажется правильным. Софизм основан на преднамеренном, сознательном нарушении правил логики. Вот формулировка этого софизма: Крокодил выхватил у египтянки, стоявшей на берегу реки, ребёнка. На её мольбу вернуть ребёнка крокодил ответил: —

Твое несчастье растрогало меня, и я дам тебе шанс получить назад ребёнка. Угадай, отдам я его тебе или нет. Если ответишь правильно, я верну ребёнка. Если не угадаешь, я его не отдам. Подумав, мать ответила: — Ты не отдашь мне ребенка. — Ты его не получишь, — заключил крокодил. — Ты сказала либо правду, либо неправду. Если то, что я не отдам ребенка, — правда, я не отдам его, так как иначе сказанное не будет правдой. Если сказанное — неправда, значит, ты не угадала, и я не отдам ребенка по уговору. Однако матери это рассуждение не показалось убедительным: — Но ведь если я сказала правду, то ты отдашь мне ребенка, как мы и договорились. Если же я не угадала, что ты не отдашь ребенка, то ты должен мне его отдать, иначе сказанное мною не будет неправдой. Кто прав: мать или крокодил? К чему обязывает крокодила данное им обещание? К тому, чтобы отдать ребенка или, напротив, чтобы не отдать его? И к тому и к другому одновременно. Это обещание внутренне противоречиво, и, таким образом, оно невыполнимо в силу законов логики. Другая формулировка этого парадокса: Миссионер очутился у людоедов и попал как раз к обеду. Они разрешают ему выбрать, в каком виде его съедят. Для этого он должен произнести какое-нибудь высказывание с условием, что, если это высказывание окажется истинным, они его сварят, а если оно окажется ложным, его зажарят. Что следует сказать миссионеру? Разумеется, он должен сказать: «Вы зажарите меня». Если его действительно зажарят, окажется, что он высказал истину, и значит, его надо сварить. Если же его сварят, его высказывание будет ложным, и его следует как раз зажарить. Выхода у людоедов не будет: из «зажарить» вытекает «сварить», и наоборот.

2. Парадокс лжеца: «То, что я утверждаю сейчас — ложно», или «Данное высказывание — ложь». То есть если правда, что данное высказывание ложь, то данное высказывание ложно. Если же ложно, что данное высказывание ложь, то данное высказывание правда. И цепочка рассуждений возвращается в начало. Таким образом это высказывание противоречит «закону исключённого третьего» в двоичной логике. Предложение такого рода принципиально не может быть ни доказано, ни опровергнуто в пределах того языка, на котором оно изложено.

3. Парадокс Эватла. У древнегреческого софиста Протагора учился софистике и в том числе судебному красноречию некий Эватл. По заключенному между ними договору Эватл должен был заплатить за обучение 10 тысяч драхм только в том случае, если выиграет свой первый судебный процесс. В случае проигрыша первого судебного дела он вообще не был обязан платить. Однако, закончив обучение, Эватл не стал

участвовать в судебных тяжбах. Как следствие, он считал себя свободным от уплаты за учебу. Это длилось довольно долго, терпение Протагора иссякло, и он сам подал на своего ученика в суд. Таким образом, должен был состояться первый судебный процесс Эватла. Протагор привёл следующую аргументацию: «Каким бы ни было решение суда, Эватл должен будет заплатить. Он либо выиграет свой первый процесс, либо проиграет. Если выиграет, то заплатит по договору, если проиграет, заплатит по решению суда». Эватл возражал: «Ни в том, ни в другом случае я не должен платить. Если я выиграю, то я не должен платить по решению суда, если проиграю, то по договору». Протагор, по не вполне надёжным сведениям, посвятил этому случаю несохранившееся сочинение «Тяжба о плате».

Упадок греческой математики частично был вызван причинами внешнего порядка — политическими бурями, охватившими Средиземноморскую цивилизацию. Однако решающее значение имели все же внутренние причины. В астрономии, замечает Ван дер Варден, развитие шло все время по восходящей линии; тут бывали короткие и длинные остановки, но после их окончания работа возобновлялась с того места, где она остановилась. В геометрии же имел место явный регресс. Причина кроется, конечно, в отсутствии алгебраического языка. Таким образом, пока еще традиция не прерывалась, пока каждое поколение могло передавать свою методику следующему, все шло хорошо и наука процветала. Но как только по ряду причин внешнего характера устная передача прерывалась, и оставались только одни книги, понимать труды великих предшественников становилось крайне трудно, а выйти за их пределы и двинуться вперед — почти невозможно.

Почему же греки, несмотря на их высокую математическую культуру и обилие одаренных математиков, так и не смогли создать алгебраического языка? Обычный ответ на этот вопрос таков, что этому помешала именно их высокая математическая культура, конкретнее — высокий уровень требований к логической строгости теории, ибо иррациональные числа, которыми, как правило, выражаются значения геометрических величин, греки не могли рассматривать как числа; если отрезки были несоизмеримы, то считалось, что числового отношения для них просто не существует. Это объяснение, хотя оно и верно в общих чертах, следует вместе с тем признать неточным и поверхностным. Стремление к логической строгости не может быть само по себе отрицательным фактором в развитии математики.