§ 2. Простейшие свойства функций

Область определения функции

40. Составить таблицу значений функции целочисленного аргумента $y=\frac{1}{x!}$ для $1\leqslant x\leqslant 6$.

41. Значение функции целочисленного аргумента $u=\varphi(n)$ равно количеству простых чисел, не превосходящих n. Составить таблицу значений u для $1\leqslant n\leqslant 20$.

42. Значение функции целочисленного аргумента $u=f(n)$ равно количеству целых делителей аргумента, отличных от 1 и самого n. Составить таблицу значений u для $1\leqslant n\leqslant 20$.

43. Из трех материальных отрезков, длины которых равны 1; 2; 1 единицам длины, а массы соответственно равны 2; 3; 1 единицам массы, составлен брус (рис. 5). Масса переменного отрезка AM длины x есть функция от x. При каких значениях x определена эта функция? Составить ее аналитическое выражение и построить график.

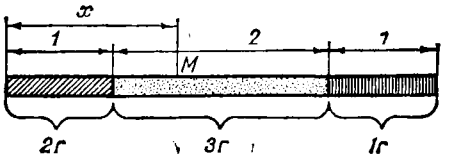


Рис. 5

44. Башня имеет следующую форму: на прямой круглый усеченный конус с радиусами оснований $2R$ (нижнего) и R (верхнего) и высотой R поставлен цилиндр радиуса R и высоты $2R$; на цилиндре — полусфера радиуса R. Выразить площадь S поперечного сечения башни как функцию расстояния x сечения от нижнего основания конуса. Построить график функции $S=f(x)$.

45. В шар радиуса R вписывается цилиндр. Найти функциональную зависимость объема V цилиндра от его высоты x. Указать область определения этой функции.

46. В шар радиуса R вписывается прямой конус. Найти функциональную зависимость площади боковой поверхности S конуса от его образующей x. Указать область определения этой функции.

В задачах 47—48 найти области определения данных функций:

47. 1) $y=1-\lg x$; 2) $y=\lg(x+3)$; 3) $y=\sqrt{5-2x}$;
4) $y=\sqrt{-px}$ $(p>0)$; 5) $y=\frac{1}{x^2-1}$; 6) $y=\frac{1}{x^2+1}$;
7) $y=\frac{1}{x^3-x}$; 8) $y=\frac{2x}{x^2-3x+2}$; 9) $y=1-\sqrt{1-x^2}$;
10) $y=\frac{1}{\sqrt{x^2-4x}}$; 11) $y=\sqrt{x^2-4x+3}$;
12) $y=\frac{x}{\sqrt{x^2-3x+2}}$; 13) $y=\arcsin\frac{x}{4}$;
14) $y=\arcsin(x-2)$; 15) $y=\arccos(1-2x)$;

Занятие 2.
№№ 47 (1, 3, 5, 6, 10,12, 13, 15)
Дополнительно
№ 48 (1, 2, 3, 4)
Домашнее задание
№№ 47 (2, 7, 8, 9, 11 ,14)

16) $y=\arccos\frac{1-2x}{4}$; 17) $y=\arcsin\sqrt{2x}$;

18) $y=\sqrt{1-|x|}$; 19) $y=\frac{1}{\sqrt{|x|-x}}$; 20) $y=\frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$;

21) $y=\sqrt{\lg\left(\frac{5x-x^2}{4}\right)}$; 22) $y=\lg\sin x$;

23) $y=\arccos\frac{2}{2+\sin x}$; 24) $y=\log_x 2$.

48. 1) $y=\frac{1}{\lg(1-x)}+\sqrt{x+2}$; 2) $y=\sqrt{3-x}+\arcsin\frac{3-2x}{5}$;

3) $y=\arcsin\frac{x-3}{2}-\lg(4-x)$;

4) $y=\sqrt{x}+\sqrt[3]{\frac{1}{x-2}}-\lg(2x-3)$;

5) $y=\sqrt{x-1}+2\sqrt{1-x}+\sqrt{x^2+1}$;

6) $y=\frac{3}{4-x^2}+\lg(x^3-x)$; 7) $y=\lg\sin(x-3)+\sqrt{16-x^2}$;

8) $y=\sqrt{\sin x}+\sqrt{16-x^2}$; 9) $y=\frac{1}{\sqrt{\sin x}}+\sqrt[3]{\sin x}$;

10) $y=\lg\frac{x-5}{x^2-10x+24}-\sqrt[3]{x+5}$;

11) $y=\sqrt{\frac{x-2}{x+2}}+\sqrt{\frac{1-x}{\sqrt{1+x}}}$;

12) $y=\sqrt{x^2-3x+2}+\frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}$;

13) $y=(x^2+x+1)^{-3/2}$; 14) $y=\lg(\sqrt{x-4}+\sqrt{6-x})$;

15) $y=\lg[1-\lg(x^2-5x+16)]$.

49. Тождественны ли функции:

1) $f(x)=\frac{x}{x^2}$ и $\varphi(x)=\frac{1}{x}$; 2) $f(x)=\frac{x^3}{x}$ и $\varphi(x)=x$;

3) $f(x)=x$ и $\varphi(x)=\sqrt{x^2}$; 4) $f(x)=\lg x^2$ и $\varphi(x)=2\lg x$?

50. Придумать пример аналитически заданной функции:

1) определенной только в интервале $-2\leqslant x\leqslant 2$;

2) определенной только в интервале $-2<x<2$ и не определенной при $x=0$;

3) определенной для всех действительных значений x, за исключением $x=2$, $x=3$, $x=4$.

51. Найти области определения однозначных ветвей функции $y=\varphi(x)$, заданной уравнением:

1) $y^2-1+\log_2(x-1)=0$; 2) $y^4-2xy^2+x^2-x=0$.

Элементы поведения функции

52. $f(x)=\frac{x^2}{1+x^2}$; указать область определения функции $f(x)$ и убедиться, что эта функция неотрицательна.