**Лекция 2.**

**Тема:** Степенная функция. Корень n-ой степени.

**Цель лекции.** Сформировать представление о степенной функции и её графиках, повторить понятие арифметического корня n-й степени и научиться применять основные свойства корней при преобразовании выражений.

**Задачи:**

- ***образовательные:*** раскрыть понятие степенной функции $y = x^p$, рассмотреть зависимость её свойств от показателя степени; дать определение корня n-й степени и изучить свойства корней;
- ***развивающие:*** развивать умение анализировать формулы и графики, сравнивать функции, выполнять преобразования выражений;
- ***воспитательные:*** формировать математическую грамотность, аккуратность записи и привычку проверять допустимость преобразований.

**Ход лекции**

**1. Организационный момент и актуализация знаний**

Вспомним: что называют функцией? Что показывает график функции? Как вычисляют степени с натуральным и целым показателями? Чем отличаются чётные и нечётные степени?

**2. Степенная функция**

Степенной функцией называют функцию вида

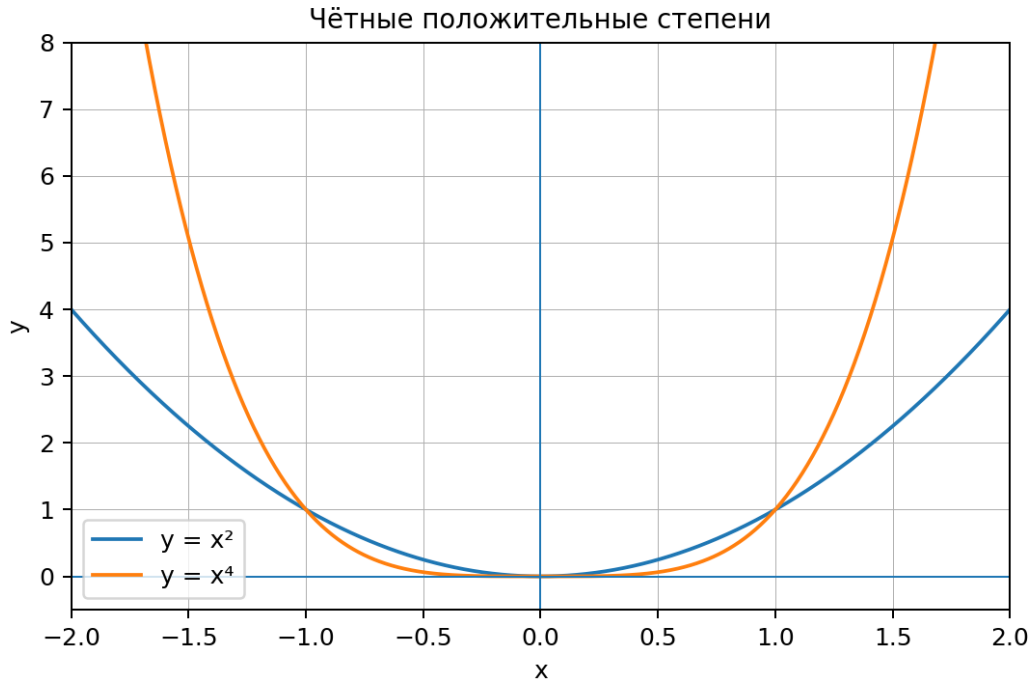
$y = x^p$

где p — заданное действительное число. Область определения и свойства функции зависят от значения показателя p. В этой лекции основное внимание уделим целым показателям и наиболее важным для построения графиков случаям.

**3. Графики и свойства степенных функций**

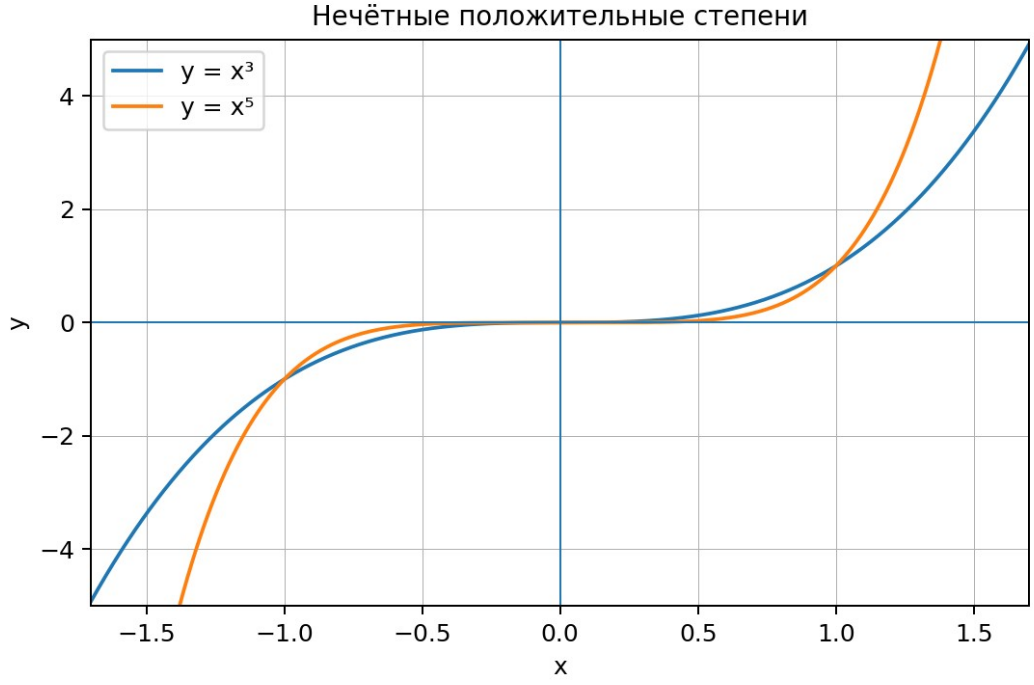
а) Положительный чётный показатель: $y = x^2$, $y = x^4$, …

Область определения: $\mathbb{R}$. Значения неотрицательны: $y \geq 0$. График симметричен относительно оси Oy; функция чётная. На промежутке $(-\infty; 0]$ убывает, на $[0; +\infty)$ возрастает. Наименьшее значение равно 0 при $x = 0$.



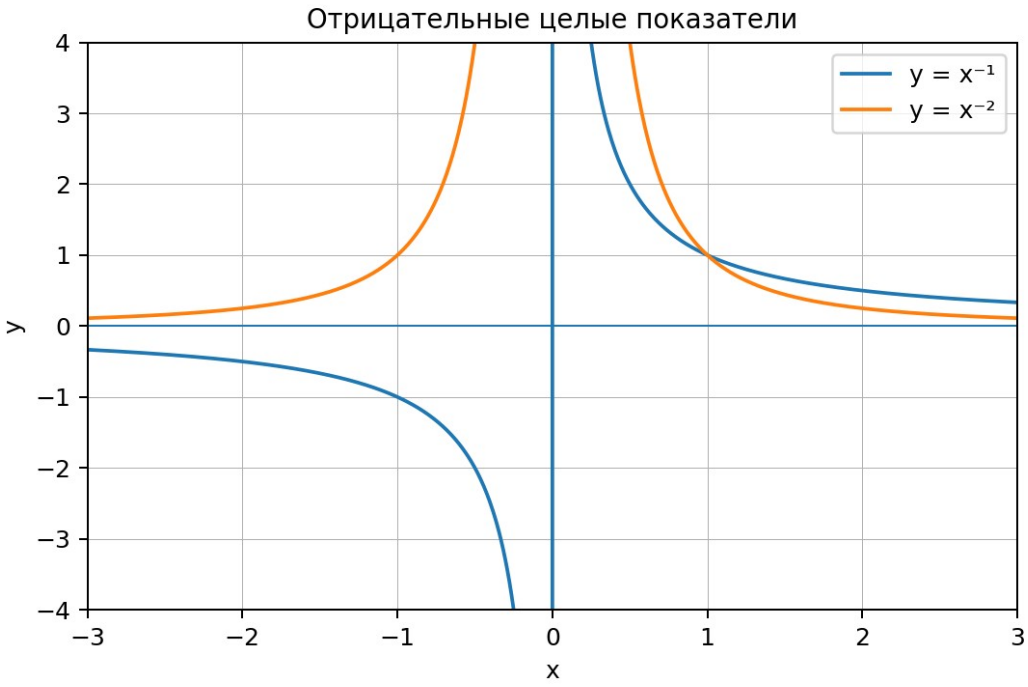

б) Положительный нечётный показатель: $y = x^3$, $y = x^5$, …

Область определения и множество значений: $\mathbb{R}$. Функция нечётная: $f(-x) = -f(x)$, поэтому график симметричен относительно начала координат. Функция возрастает на всей числовой прямой и проходит через точку (0; 0).




в) Отрицательный целый показатель: $y = x^{-n} = 1/x^n$, $x \neq 0$.

Нуль не входит в область определения. Ось Oy является вертикальной асимптотой, а ось Ox — горизонтальной асимптотой. Если n чётное, значения положительны и график симметричен относительно Oy; если n нечётное, функция нечётная и знак значения совпадает со знаком x.




1.

**4. Корень n-й степени**

Арифметическим корнем n-й степени из неотрицательного числа a называется неотрицательное число b, для которого $b^n = a$. Обозначение:

$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b \geq 0$ и $b^n = a$, при $a \geq 0$, $n \geq 2$.

Индекс n называют показателем корня, число a — подкоренным выражением. Если n чётное, арифметический корень определён только при $a \geq 0$. Если n нечётное, корень существует и для отрицательных подкоренных чисел: например, $\sqrt[3]{(-8)} = -2$.

**5. Основные свойства корней**

Произведение: $\sqrt[n]{(ab)} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ (при допустимых значениях подкоренных выражений).

Частное: $\sqrt[n]{(a/b)} = \sqrt[n]{a} / \sqrt[n]{b}$, если $b > 0$ для чётного n; в общем случае знаменатель не равен нулю и выражения определены.

Корень из степени: $\sqrt[n]{(a^n)} = |a|$ при чётном n; $\sqrt[n]{(a^n)} = a$ при нечётном n.

Степень корня: $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{(a^m)}$ при допустимых значениях.

Корень из корня: $\sqrt[m]{(\sqrt[n]{a})} = \sqrt[mn]{a}$ при $a \geq 0$.

6. Примеры

Пример 1. Вычислить $\sqrt[4]{81}$. Так как $3^4 = 81$ и $3 \geq 0$, то $\sqrt[4]{81} = 3$.

Пример 2. Вычислить $\sqrt[3]{(-125)}$. Поскольку $(-5)^3 = -125$, получаем $\sqrt[3]{(-125)} = -5$.

Пример 3. Упростить $\sqrt{(x^2)}$. Квадратный корень является неотрицательным, поэтому $\sqrt{(x^2)} = |x|$, а не просто x.

Пример 4. Вычислить $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{500}$. Объединяем корни: $\sqrt[3]{(2 \cdot 500)} = \sqrt[3]{1000} = 10$.

7. Типичные ошибки

Нельзя забывать модуль: $\sqrt{(x^2)} = |x|$.

Для корня чётной степени подкоренное выражение должно быть неотрицательным.

Нельзя складывать корни по правилу $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{(a+b)}$: такого общего свойства нет.

При делении на выражение нужно отдельно проверить, что знаменатель не равен нулю.

**8. Закрепление и подведение итогов**

Вопросы для самопроверки:

Как записывается степенная функция?

Чем отличаются графики $y = x^2$ и $y = x^3$?

Как зависит область определения корня от чётности показателя n?

Чему равно $\sqrt[n]{(a^n)}$ при чётном и нечётном n?

Какие свойства корней можно использовать при умножении и делении?

Домашнее задание

Повторить определения и свойства степенной функции и корня n-й степени. Выполнить несколько примеров на вычисление корней и упрощение выражений из соответствующего параграфа учебника.