

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РФ  
ФГБОУ ВО «ЧЕЧЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Экономика и управление в образовании»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА  
«МНОГОФАКТОРНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ»

Выполнил(а):

ст. группы: \_\_\_\_\_

ФИО: \_\_\_\_\_

зачётная книжка № \_\_\_\_\_

Проверил: доцент кафедры, к.н. Хадисов М-Р.Б.

Грозный, 2026 г.

Последовательность действий:

1. Ввод исходных данных ( $y, x_1, x_2, x_3$ )
2. Анализ информации:
  - a) средние значения ( $y, x_1, x_2, x_3$ );
  - b)  $\max, \min$  значения ( $y, x_1, x_2, x_3$ );
  - c) медиана ( $y, x_1, x_2, x_3$ );
  - d) дисперсия ( $y, x_1, x_2, x_3$ );
  - e) корреляционная матрица ( $r_{yx_1}, r_{yx_2}, r_{yx_3}$ ).
3. Корреляционная матрица.
4. Определение коэффициента детерминации ( $R^2$ ).
5. Построение многофакторного нелинейного уравнения регрессии:
$$a) y = a_0 + a_1 x_1^2 + a_2 \sin x_2 - a_3 \ln x_3.$$
6. Проверка гипотез значимости уравнения с помощью  $F$ -статистики.
7. Техничко-экономический анализ полученной модели.

# 1. Ввод исходных данных ( $y, x_1, x_2, x_3$ )

| №  | $y$  | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ |
|----|------|-------|-------|-------|
| 1  | 86   | 3     | 5     | 342   |
| 2  | 88   | 4     | 8     | 345   |
| 3  | 94   | 5     | 12    | 431   |
| 4  | 87   | 4     | 9     | 456   |
| 5  | 92   | 5     | 13    | 457   |
| 6  | 94   | 6     | 12    | 498   |
| 7  | 77,1 | 2     | 20    | 735   |
| 8  | 92   | 4     | 14    | 654   |
| 9  | 75   | 2     | 22    | 789   |
| 10 | 90   | 5     | 13    | 764   |
| 11 | 80   | 3     | 18    | 873   |
| 12 | 82   | 3     | 16    | 856   |
| 13 | 74,1 | 2     | 24    | 878   |
| 14 | 90   | 4     | 11    | 899   |

| $\hat{y}$   | $y$  | $z_1=x_1^2$ | $z_2=\sin x_2$ | $z_3=\ln x_3$ |
|-------------|------|-------------|----------------|---------------|
| 83,99360519 | 86   | 9           | -0,958924275   | 5,834810737   |
| 88,65597228 | 88   | 16          | 0,989358247    | 5,843544417   |
| 92,51703967 | 94   | 25          | -0,536572918   | 6,06610809    |
| 87,42695493 | 87   | 16          | 0,412118485    | 6,12249281    |
| 92,61961202 | 92   | 25          | 0,420167037    | 6,124683391   |
| 98,33369258 | 94   | 36          | -0,536572918   | 6,210600077   |
| 78,8909472  | 77,1 | 4           | 0,912945251    | 6,599870499   |
| 86,28133609 | 92   | 16          | 0,990607356    | 6,483107351   |
| 78,31926728 | 75   | 4           | -0,008851309   | 6,670766321   |
| 90,71127246 | 90   | 25          | 0,420167037    | 6,638567789   |
| 80,58310694 | 80   | 9           | -0,750987247   | 6,771935556   |
| 80,81106806 | 82   | 9           | -0,287903317   | 6,752270376   |
| 77,62234448 | 74,1 | 4           | -0,905578362   | 6,777646594   |
| 84,43378081 | 90   | 16          | -0,999990207   | 6,801283034   |

$$\hat{y} = 100,78 + 0,58 \cdot x_1^2 + 0,334 \sin x_2 - 3,714 \ln x_3$$

## 2. Анализ информации:

|                  |             |             |              |             |
|------------------|-------------|-------------|--------------|-------------|
| Среднее значение | 85,8        | 15,28571429 | -0,060001224 | 6,406977646 |
| max              | 94          | 36          | 0,990607356  | 6,801283034 |
| min              | 74,1        | 4           | -0,999990207 | 5,834810737 |
| Медиана          | 87,5        | 16          | -0,148377313 | 6,541488925 |
| Дисперсия        | 48,48153846 | 93,45054945 | 0,556036909  | 0,12859425  |

### 3. Корреляционная матрица

|       | $y$          | $x_1$        | $x_2$        | $x_3$ |
|-------|--------------|--------------|--------------|-------|
| $y$   | 1            |              |              |       |
| $x_1$ | 0,881799282  | 1            |              |       |
| $x_2$ | 0,121325547  | 0,05767682   | 1            |       |
| $x_3$ | -0,525054749 | -0,407106762 | -0,205202408 | 1     |

4. Определение параметров модели ( $a_3, a_2, a_1, a_0$ ) и коэффициента детерминации ( $R^2$ )

|                     |                   |                    |                    |
|---------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| <b>-3,713558079</b> | <b>0,33456858</b> | <b>0,577566572</b> | <b>100,7842405</b> |
| 2,975573055         | 1,309196768       | 0,108211221        | 19,79774964        |
| 0,81185618          | 3,443537777       | #Н/Д               | #Н/Д               |
| 14,38360963         | 10                | #Н/Д               | #Н/Д               |
| 511,6804758         | 118,5795242       | #Н/Д               | #Н/Д               |

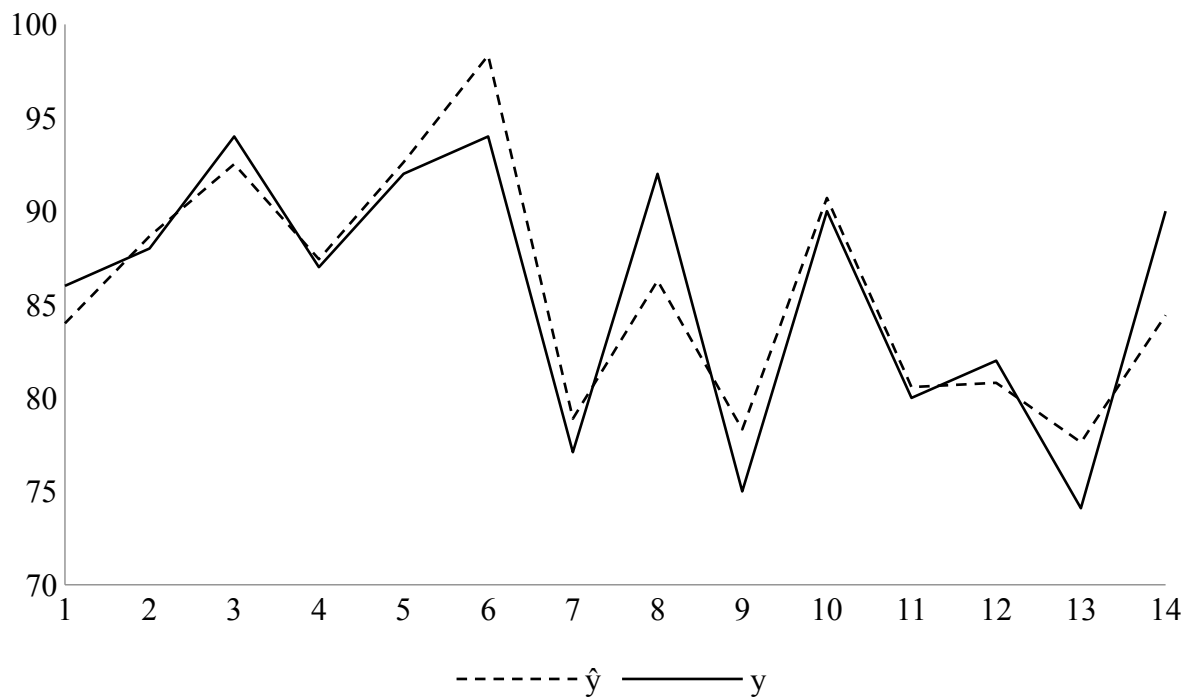
Коэффициент детерминации:  $R^2 = 0,81$

### 5. Построение многофакторного нелинейного уравнения регрессии

$$y = a_0 + a_1 x_1^2 + a_2 \sin x_2 - a_3 \ln x_3$$

$$y = a_0 + a_1 \cdot z_1 + a_2 \cdot z_2 + a_3 \cdot z_3$$

$$\hat{y} = 100,78 + 0,58 x_1^2 + 0,334 \sin x_2 - 3,714 \ln x_3$$



## 6. Проверка гипотез значимости уравнения с помощью $F$ -статистики

Используя функция «**ФРАСПОБР**» ( $\alpha$ ;  $p$ ;  $n-p-1$ ) находим  $F_{табл.}$

|             |             |
|-------------|-------------|
| $F_{факт.}$ | 14,38       |
| $F_{табл.}$ | 3,708264819 |

$$F_{факт} > F_{табл}$$

Это говорит о том, что гипотеза  $H_0$  не отклоняется (принимается), то есть делаем вывод о том, что при уровне значимости 5% переменные  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  оказывают значимого влияния на зависимую переменную  $y$ .

## 7. Техничко-экономический анализ полученной модели

Коэффициент корреляционной связи между  $x_1$ ,  $x_2$ :  $r_{x_1x_2} = 0,58$ ,  $r_{x_1x_3} = -0,41$  и  $r_{x_2x_3} = -0,21$ , что можно говорить об отсутствии мультиколлинеарности.

Искомая модель имеет вид:  $\hat{y} = 100,78 + 0,58x_1^2 + 0,334 \sin x_2 - 3,714 \ln x_3$ .

По этой модели можно делать прогнозные расчёты, определять величины изменений  $y$  в зависимости от изменений независимых переменных (регрессоров). Коэффициент детерминации  $R^2 = 0,81$  показывает, что эти три фактора 81% объясняют поведение зависимой переменной  $y$ .

Построение многофакторной нелинейной модели в MathCAD

1. Ввод исходных данных:

$\text{ORIGIN} := 1$

$n := 14 \qquad i := 1..14$

| $y_i :=$ | $x1_i :=$ | $x2_i :=$ | $x3_i :=$ |
|----------|-----------|-----------|-----------|
| 86       | 3         | 5         | 342       |
| 88       | 4         | 8         | 345       |
| 94       | 5         | 12        | 431       |
| 87       | 4         | 9         | 456       |
| 92       | 5         | 13        | 457       |
| 94       | 6         | 12        | 498       |
| 77.1     | 2         | 20        | 735       |
| 92       | 4         | 14        | 654       |
| 75       | 2         | 22        | 789       |
| 90       | 5         | 13        | 764       |
| 80       | 3         | 18        | 873       |
| 82       | 3         | 16        | 856       |
| 74.1     | 2         | 24        | 878       |
| 90       | 4         | 11        | 899       |

$z1 := x1^2 \qquad z2 := \sin(x2) \qquad z3 := \ln(x3)$

$$y_i = \begin{pmatrix} 86 \\ 88 \\ 94 \\ 87 \\ 92 \\ 94 \\ 77.1 \\ 92 \\ 75 \\ 90 \\ 80 \\ 82 \\ 74.1 \\ 90 \end{pmatrix} \quad z1 = \begin{pmatrix} 9 \\ 16 \\ 25 \\ 16 \\ 25 \\ 36 \\ 4 \\ 16 \\ 4 \\ 25 \\ 9 \\ 9 \\ 4 \\ 16 \end{pmatrix} \quad z2 = \begin{pmatrix} -0.96 \\ 0.99 \\ -0.54 \\ 0.41 \\ 0.42 \\ -0.54 \\ 0.91 \\ 0.99 \\ -0.01 \\ 0.42 \\ -0.75 \\ -0.29 \\ -0.91 \\ -1 \end{pmatrix} \quad z3 = \begin{pmatrix} 5.83 \\ 5.84 \\ 6.07 \\ 6.12 \\ 6.12 \\ 6.21 \\ 6.6 \\ 6.48 \\ 6.67 \\ 6.64 \\ 6.77 \\ 6.75 \\ 6.78 \\ 6.8 \end{pmatrix}$$

## 2. Выполнение операций:

*Среднее значение*

$$\text{mean}(y) = 85.8 \quad \text{mean}(z1) = 15.286 \quad \text{mean}(z2) = -0.06 \quad \text{mean}(z3) = 6.407$$

*Максимальное значение*

$$\text{max}(y) = 94 \quad \text{max}(z1) = 36 \quad \text{max}(z2) = 0.991 \quad \text{max}(z3) = 6.801$$

*Минимальное значение*

$$\text{min}(y) = 74.1 \quad \text{min}(z1) = 4 \quad \text{min}(z2) = -1 \quad \text{min}(z3) = 5.835$$

*Медиана*

$$\text{median}(y) = 87.5 \quad \text{median}(z1) = 16 \quad \text{median}(z2) = -0.148 \quad \text{median}(z3) = 6.5$$

*Дисперсия*

$$\text{var}(y) = 45.019 \quad \text{var}(z1) = 86.776 \quad \text{var}(z2) = 0.516 \quad \text{var}(z3) = 0.119$$

## 3. Определение коэффициента корреляции:

$$\text{corr}(z1, y) = 0.882 \quad \text{corr}(z2, y) = 0.121 \quad \text{corr}(z3, y) = -0.525$$

## 4. Определение параметров многофакторной нелинейной модели

$$X := \begin{pmatrix} 1 & 9 & -0.959 & 5.835 \\ 1 & 16 & 0.989 & 5.844 \\ 1 & 25 & -0.537 & 6.066 \\ 1 & 16 & 0.412 & 6.122 \\ 1 & 25 & 0.42 & 6.125 \\ 1 & 36 & -0.537 & 6.211 \\ 1 & 4 & 0.913 & 6.6 \\ 1 & 16 & 0.991 & 6.483 \\ 1 & 4 & -8.851 \cdot 10^{-3} & 6.671 \\ 1 & 25 & 0.42 & 6.639 \\ 1 & 9 & -0.751 & 6.772 \\ 1 & 9 & -0.288 & 6.752 \\ 1 & 4 & -0.906 & 6.778 \\ 1 & 16 & -1 & 6.801 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} 86 \\ 88 \\ 94 \\ 87 \\ 92 \\ 94 \\ 77.1 \\ 92 \\ 75 \\ 90 \\ 80 \\ 82 \\ 74.1 \\ 90 \end{pmatrix}$$

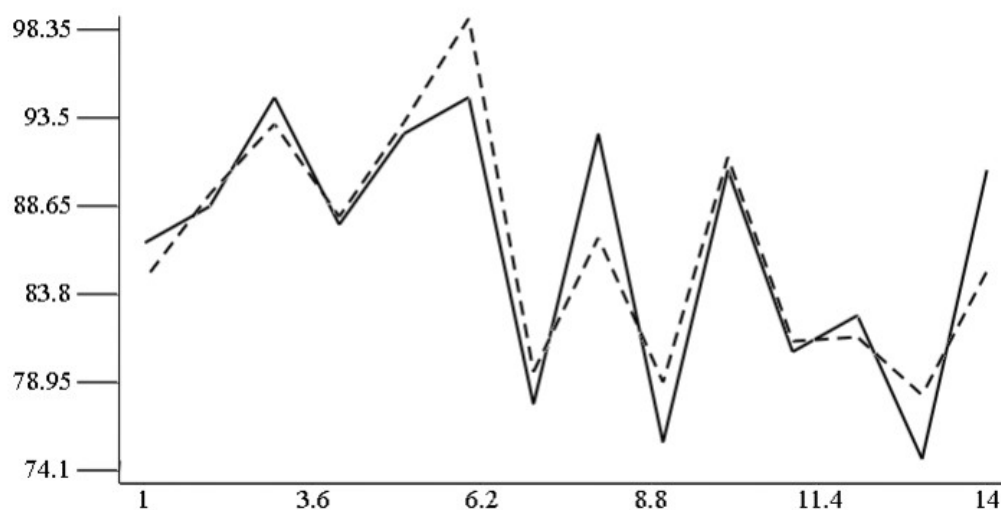
$$C := X^T \cdot X \quad C = \begin{pmatrix} 14 & 214 & -0.84 & 89.7 \\ 214 & 4486 & -7.47 & 1352.77 \\ -0.84 & -7.47 & 7.28 & -6.11 \\ 89.7 & 1352.77 & -6.11 & 576.38 \end{pmatrix}$$

$$d := X^T \cdot Y \quad d = \begin{pmatrix} 1201.2 \\ 19132.8 \\ -64.04 \\ 7679.13 \end{pmatrix} \quad a := \text{lsolve}(C, d) \quad a = \begin{pmatrix} 100.819 \\ 0.578 \\ 0.335 \\ -3.719 \end{pmatrix}$$

$$Y(x1, x2, x3) := a_0 + a_1 \cdot x1^2 + a_2 \cdot \sin(x2) + a_3 \cdot \ln(x3)$$

$$Y(x1, x2, x3) := a_0 + a_1 \cdot z1 + a_2 \cdot z2 + a_3 \cdot z3$$

$$Y(x1, x2, x3) := 100.819 + 0.578 \cdot x1^2 + 0.335 \cdot \sin(x2) - 3.719 \cdot \ln(x3)$$



$Y(x_1, x_2, x_3), y$

## 5. Коэффициент детерминации $R^2$

$$R := \text{corr}(y, Y(x_1, x_2, x_3)) \quad R^2 = 0.812$$

## 6. Проверка гипотез значимости уравнения с помощью $F$ -статистики

Проверка значимости уравнения в целом при уровне значимости 0,05.

$p := 3$

количество факторов

$n := 14$

количество наблюдений

$$F := \frac{R^2 \cdot (n - p - 1)}{(1 - R^2) \cdot p}$$

расчетный  $F$ -критерий

$F = 14.384$

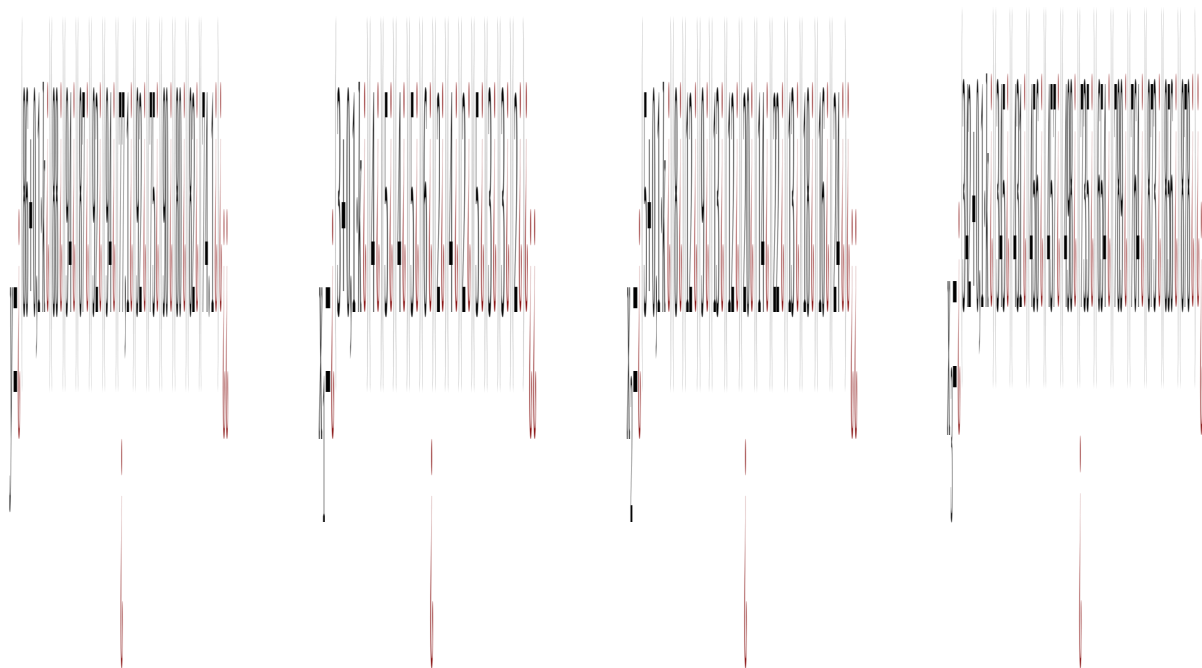
$qF(0.95, p, n - p - 1) = 3.708$

критическая точка распределения Фишера

$F > qF(0.95, p, n - p - 1) = 1$

Расчетное значение  $F$ -критерия превышает табличное, поэтому гипотеза  $H_0$  отвергается, следовательно, связь между  $y$  и независимыми переменными  $x_1, x_2$  и  $x_3$  статистически значима.

**Варианты лабораторной работы**  
*«Построение многофакторной нелинейной модели»*



где  $k$  - последняя цифра № зачётной книжки студента.