

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РФ
ФГБОУ ВО «ЧЕЧЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Экономика и управление в образовании»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА
«ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ МОДЕЛЬ КОББА-ДУГЛАСА»

Выполнил(а):

ст. группы: _____

ФИО: _____

зачётная книжка № _____

Проверил: доцент кафедры, к.н. Хадисов М-Р.Б.

Грозный, 2026 г.

Последовательность действий:

1. Ввод исходных данных ($V; K, L$);
2. Предварительный анализ исходных данных:
 - a) определение средних значений ($V; K; L$);
 - b) вычисление $\max$, $\min$ значений ($V; K; L$);
 - c) вычисление медиан ($V; K; L$) и дисперсий ($V; K; L$);
3. Корреляционная матрица.
4. Ввод преобразованной информации для линейной модели.
5. Определение параметров модели (A, α, β) и коэффициента детерминации R^2 .
6. Построение многофакторного уравнения регрессии.
7. Проверка гипотез значимости уравнения с помощью F -статистики.

Мексика, 1955-1974 гг.

V – Реальный ВВП (миллионы песо, выраженные в песо 1960г.)

K – Основной капитал (миллионы песо, выраженные в песо 1960г.)

L – Численность рабочих (тысяч человек)

1. Ввод исходных данных (V,K,L)

Год	ВВП (V)	Капитал (K)	Рабочая сила (L)	$\hat{V}$
1955	114043	182113	8310	115934,4596
1956	120410	193749	8529	123255,584
1957	129187	205192	8738	130455,2567
1958	134705	215130	8952	136901,6724
1959	139960	225021	9171	143380,6071
1960	150511	237026	9569	152004,0194
1961	157897	248897	9527	158183,5149
1962	165286	260661	9662	165274,1514
1963	178491	275466	10334	177183,2746
1964	199457	295378	10981	191877,888
1965	212323	315715	11746	207694,6064
1966	226977	337642	11521	218394,584
1967	241194	363599	11540	232647,0329
1968	260881	391847	12066	251630,6823
1969	277498	422382	12297	269855,7524
1970	296530	455049	12955	292545,1964
1971	306712	484677	13338	311650,0225
1972	329030	520553	13738	334397,795
1973	354057	561531	15924	374878,6634
1974	374977	609825	14154	386205,9396

2. Предварительный анализ исходных данных:

Среднее знач.	218506,3	340072,65	11152,6
Медиана	205890	305546,5	11251
Max	374977	609825	15924
Min	114043	182113	8310
Дисперсия	6823146705	17049106490	4573714,358

3. Корреляционная матрица

	ВВП (V)	Капитал (K)	Рабочая сила (L)
ВВП (V)	1		
Капитал (K)	0,99654985	1	
Рабочая сила (L)	0,97769879	0,969394755	1

4. Ввод преобразованной информации для линейной модели:

$$V = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta} \quad \ln(V) = \ln(A) + \alpha \ln(K) + \beta \ln(L)$$

Год	$\ln(V)$	$\ln(K)$	$\ln(L)$
1955	11,64433085	12,11238265	9,025214888
1956	11,69865786	12,17431879	9,0512274
1957	11,76901625	12,23170141	9,07543661
1958	11,81084248	12,27899778	9,09963225
1959	11,84911195	12,32394901	9,123801611
1960	11,92179145	12,37592512	9,166283986
1961	11,9696982	12,42479444	9,161885152
1962	12,01543259	12,47097599	9,175955945
1963	12,09229346	12,52621949	9,243194709
1964	12,20335395	12,59601117	9,303921786
1965	12,26586398	12,66259519	9,371268036
1966	12,33260397	12,72974144	9,351926736
1967	12,39335687	12,80380689	9,35357454
1968	12,47181964	12,87862674	9,398146859
1969	12,533569	12,9536654	9,417110609
1970	12,59990367	13,02816038	9,469237093
1971	12,63366448	13,09123797	9,498372383
1972	12,70390421	13,16264699	9,527920995
1973	12,7772132	13,23842226	9,675582684
1974	12,83461997	13,32092731	9,557752549

5. Определение параметров модели (A , α , β) и коэффициента детерминации

0,33973231 8	0,845997259	-1,65241939
0,18569191 2	0,093351545	0,606198241
0,99508025 3	0,028288797	#Н/Д
1719,23105 6	17	#Н/Д
2,75165004 1	0,013604353	#Н/Д

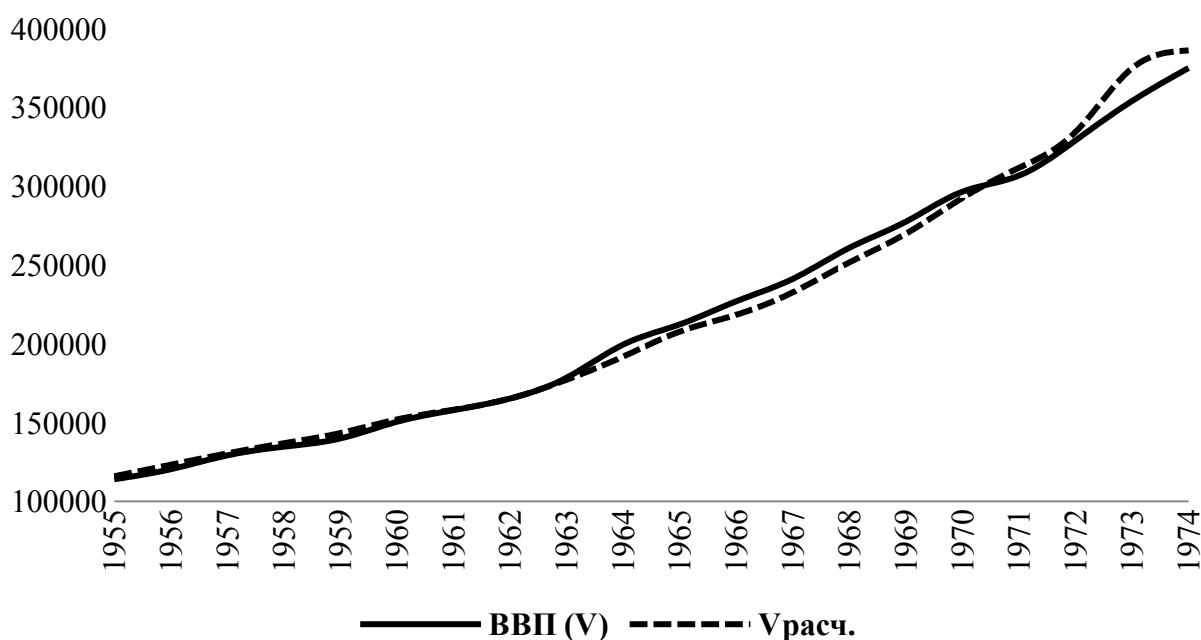
6. Построение многофакторного уравнения регрессии

$$\ln(V) = -1,65242 + 0,845997 \ln(K) + 0,3397 \ln(L)$$

На основании полученной модели можно вывести производственную функцию Кобба-Дугласа путем экспонирования: $\hat{V} = 0,191586 \cdot K^{0,845997} \cdot L^{0,3397}$.

Функция ЛИНЕЙН(ln(V); ln(K), ln(L)) позволяет определить параметры $\alpha=0,845997$, $\beta=0,33973$ и $\ln(A) = -1,652419$. Коэффициент A вычисляется: $A = e^{\ln(A)} = e^{-1,65242} = 0,1915858$.

$$\hat{V} = 0,191586 \cdot K^{0,845997} \cdot L^{0,3397}$$



Коэффициент детерминации $R^2=0,995$, который показывает, что большая доля изменений V объясняется факторами K и L .

7. Проверка гипотез значимости уравнения с помощью F -статистики

Используя функция «F.РАСПОБР» (α ; p ; $n-p-1$) находим $F_{табл.}$.

$F_{расч}$	1719,23
$F_{табл.}$	3,591530568

$$F_{факт} > F_{табл.}$$

В данном случае, гипотеза H_0 не отклоняется (принимается), то есть мы делаем вывод о том, что при уровне значимости 5% переменные «Капитал» и

«Рабочая сила» оказывают значимого влияния на зависимую переменную «ВВП».

Построение функции «Кобба-Дугласа» в Mathcad

1. Ввод исходных данных:

ORIGIN := 1		
n := 20 i := 1 .. 20		
$V_i :=$	$K_i :=$	$L_i :=$
114043	182113	8310
120410	193749	8529
129187	205195	8738
134705	215130	8952
139960	225021	9171
150511	237026	9569
157897	248897	9527
165286	260661	9662
178491	275466	10334
199457	295378	10981
212323	315715	11746
226977	337642	11521
241194	363599	11540
260881	391847	12066
277498	422382	12297
296530	455049	12955
306712	484677	13338
329030	520553	13738
354057	561531	15924
374977	609825	14154

2. Предварительный анализ исходных данных:

Среднее значение (V,K,L):

$\text{mean}(V) = 218506.3$ $\text{mean}(K) = 340072.80$ $\text{mean}(L) = 11152.6$

Максимальное значение (V,K,L):

$\max(V) = 374977$ $\max(K) = 609825.00$ $\max(L) = 15924$

Минимальное значение (V,K,L):

$\min(V) = 114043$ $\min(K) = 182113$ $\min(L) = 8310$

Медиана (V,K,L):

$\text{median}(V) = 205890$ $\text{median}(K) = 305546.5$ $\text{median}(L) = 11251$

Дисперсия (V,K,L):

$\text{var}(V) = 6481989369.3$ $\text{var}(K) = 16196610701.7$ $\text{var}(L) = 4345028.64$

Стандартное отклонение коэффициентов регрессии (V,K,L):

$\text{Stdev}(V) = 82602.34$ $\text{Stdev}(K) = 130572.06$ $\text{Stdev}(L) = 2138.62$

3. Определение коэффициента парной корреляции r_{VK} ; r_{VL} ;

$\text{corr}(V, K) = 0.997$ $\text{corr}(V, L) = 0.978$

4. Построение производственной функции «Кобба-Дугласа»

$$KL := \begin{pmatrix} 8310 & 182113 \\ 8529 & 193749 \\ 8738 & 205195 \\ 8952 & 215130 \\ 9171 & 225021 \\ 9569 & 237026 \\ 9527 & 248897 \\ 9662 & 260661 \\ 10334 & 275466 \\ 10981 & 295378 \\ 11746 & 315715 \\ 11521 & 337642 \\ 11540 & 363599 \\ 12066 & 391847 \\ 12297 & 422382 \\ 12955 & 455049 \\ 13338 & 484677 \\ 13738 & 520553 \\ 15924 & 561531 \\ 14154 & 609825 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} 114043 \\ 120410 \\ 129187 \\ 134705 \\ 139960 \\ 150511 \\ 157897 \\ 165286 \\ 178491 \\ 199457 \\ 212323 \\ 226977 \\ 241194 \\ 260881 \\ 277498 \\ 296530 \\ 306712 \\ 329030 \\ 354057 \\ 374977 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\quad} \quad \xrightarrow{\quad} \\ Mxy &:= \ln(KL) \quad Vz := \ln(Y) \quad vs := \text{regress}(Mxy, Vz, 1) \quad vs = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \\ 0.34 \\ 0.846 \\ -1.652 \end{pmatrix} \\ \alpha &:= vs_5 \quad \beta := vs_4 \quad A := \exp(vs_6) \\ A &= 0.192 \quad \alpha = 0.846 \quad \beta = 0.34 \end{aligned}$$

$$Y(K, L) := AK^\alpha L^\beta$$

$$Y(K, L) := 0.192K^{0.846}L^{0.34}$$

5. Определение коэффициента детерминации R^2

$$R := \text{corr}\left(V, \overline{Y(K, L)}\right) \quad R^2 = 0.993$$

6. Проверка гипотез значимости уравнения с помощью F -статистики

Проверка значимости уравнения в целом при уровне значимости 0,05.

$$p := 2$$

количество факторов

$$n := 20$$

количество наблюдений

$$F := \frac{R^2 \cdot (n - p - 1)}{(1 - R^2) \cdot p}$$

расчетный F -критерий

$$F = 1218.62$$

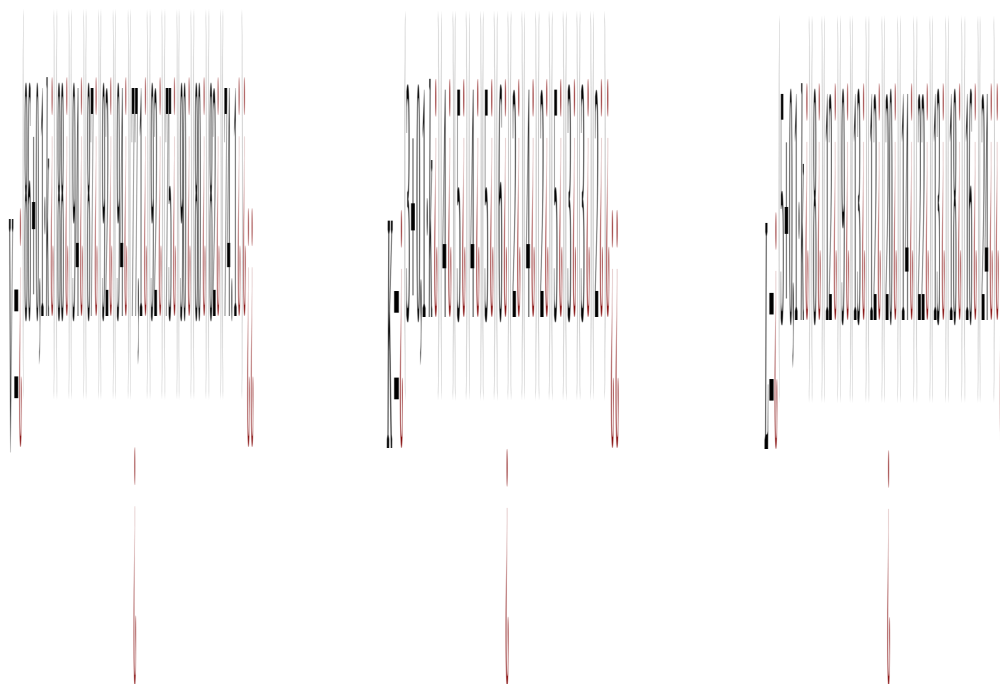
$$qF(0.95, p, n - p - 1) = 3.592$$

критическая точка распределения Фишера

$$F > qF(0.95, p, n - p - 1) = 1$$

Расчетное значение F -критерия превышает табличное, поэтому гипотеза H_0 отвергается, следовательно, связь между y и независимыми переменными x_1 , x_2 и x_3 статистически значима.

Варианты лабораторной работы
«Модель Кобба-Дугласа»



8.

где k – последняя цифра № зачётной книжки студента.