Функция. Способы задания функций

Задача 1. Для заданной функции найти $y(0)$, $y(-1)$, $y(2x)$, $y\left(-\frac{1}{x}\right)$

1.1 $y=2x^3-9x^2+12x-9.$	1.16 $y=2x^3+9x^2+12x.$
1.2 $y=3x-x^3.$	1.17 $y=12x^2-8x^3-2.$
1.3 $y=x^2\left(x-2\right)^2.$	1.18 $y=\left(2x-1\right)^2\left(2x-3\right)^2.$
1.4 $y=\left(x^3-9x^2\right)/4+6x-9.$	1.19 $y=27\left(x^3-x^2\right)/4-4.$
1.5 $y=2-3x^2-x^3.$	1.20 $y=x\left(12-x^2\right)/8.$
1.6 $y=\left(x+1\right)^2\left(x-1\right)^2.$	1.21 $y=x^2\left(x-4\right)^2/16.$
1.7 $y=2x^3-3x^2-4.$	1.22 $y=27\left(x^3+x^2\right)/4-5.$
1.8 $y=3x^2-2-x^3.$	1.23 $y=\left(16-6x^2-x^3\right)/8.$
1.9 $y=\left(x-1\right)^2\left(x-3\right)^2.$	1.24 $y=-\left(x^2-4\right)^2/16.$
1.10 $y=\left(x^3+3x^2\right)/4-5.$	1.25 $y=16x^3-36x^2+24x-9.$
1.11 $y=6x-8x^3.$	1.26 $y=\left(6x^2-x^3-16\right)/8.$
1.12 $y=16x^2\left(x-1\right)^2.$	1.27 $y=-\left(x-2\right)^2\left(x-6\right)^2/16.$
1.13 $y=2x^3+3x^2-5.$	1.28 $y=16x^3-12x^2-4.$
1.14 $y=2-12x^2-8x^3.$	1.29 $y=\left(11+9x-3x^2-x^3\right)/8.$
1.15 $y=\left(2x+1\right)^2\left(2x-1\right)^2.$	1.30 $y=-\left(x+1\right)^2\left(x-3\right)^2/16.$

Пример 1. Для функции $y(x)=3x-2x^4$ найти $y(0)$, $y(-1)$, $y(2x)$, $y\left(-\frac{1}{x}\right)$.

Решение типового примера 1.

Подставляя значение $x=0$ в аналитическое выражение для данной функции, получим

$$y(0)=3\cdot 0-2\cdot 0^4=0-0=0.$$

Аналогично находим

$$y(-1)=3\cdot(-1)-2\cdot(-1)^4=-3-2=-5.$$

Для того, чтобы найти $y(2x)$, надо формально заменить x в формуле для $y(x)$ на $2x$. Тогда

$$y(2x)=3\cdot(2x)-2\cdot(2x)^4=6x-32x^4.$$

Аналогично находим

$$y\left(-\frac{1}{x}\right)=3\cdot\left(-\frac{1}{x}\right)-2\cdot\left(-\frac{1}{x}\right)^4=-\frac{3}{x}-\frac{2}{x^4}.$$

Задача 2. Выяснить, какие из функций являются четными, какие нечетными и какие общего вида

2.1 $y=\left(17-x^2\right)/\left(4x-5\right).$	2.16 $y=\left(21-x^2\right)/\left(7x+9\right).$
2.2 $y=\left(x^2+1\right)/\sqrt{4x^2-3}.$	2.17 $y=\left(2x^2-1\right)/\sqrt{x^2-2}.$
2.3 $y=\left(x^3-4x\right)/\left(3x^2-4\right).$	2.18 $y=\left(2x^3-3x^2-2x+1\right)/\left(1-3x^2\right).$
2.4 $y=\left(4x^2+9\right)/\left(4x+8\right).$	2.19 $y=\left(x^2-11\right)/\left(4x-3\right).$
2.5 $y=\left(4x^3+3x^2-8x-2\right)/\left(2-3x^2\right).$	2.20 $y=\left(2x^2-9\right)/\sqrt{x^2-1}.$
2.6 $y=\left(x^2-3\right)/\sqrt{3x^2-2}.$	2.21 $y=\left(x^3-2x^2-3x+2\right)/\left(1-x^2\right).$
2.7 $y=\left(2x^2-6\right)/\left(x-2\right).$	2.22 $y=\left(x^2+2x-1\right)/\left(2x+1\right).$
2.8 $y=\left(2x^3+2x^2-3x-1\right)/\left(2-4x^2\right).$	2.23 $y=\left(x^3+x^2-3x-1\right)/\left(2x^2-2\right).$
2.9 $y=\left(x^3-5x\right)/\left(5-3x^2\right).$	2.24 $y=\left(x^2+6x+9\right)/\left(x+4\right).$
2.10 $y=\left(2x^2-6x+4\right)/\left(3x-2\right).$	2.25 $y=\left(3x^2-10\right)/\sqrt{4x^2-1}.$
2.11 $y=\left(2-x^2\right)/\sqrt{9x^2-4}.$	2.26 $y=\left(x^2-2x+2\right)/\left(x+3\right).$
2.12 $y=\left(4x^3-3x\right)/\left(4x^2-1\right).$	2.27 $y=\left(2x^3+2x^2-9x-3\right)/\left(2x^2-3\right).$
2.13 $y=\left(3x^2-7\right)/\left(2x+1\right).$	2.28 $y=\left(3x^2-10\right)/\left(3-2x\right).$
2.14 $y=\left(x^2+16\right)/\sqrt{9x^2-8}.$	2.29 $y=\left(-x^2-4x+13\right)/\left(4x+3\right).$
2.15 $y=\left(x^3+3x^2-2x-2\right)/\left(2-3x^2\right).$	2.30 $y=\left(-8-x^2\right)/\sqrt{x^2-4}.$

Пример 2. Определить какая из данных функций четная или нечетная:

a) $y = x^2\sqrt[3]{x} + 2\sin x$, b) $y = 2^x + 2^{-x}$, c) $y = |x| - 5e^{x^2}$, d) $y = x^2 + 5x$.

Решение типового примера 2. Изменим знак аргумента, тогда получим

a) $y(-x) = (-x)^2\sqrt[3]{-x} + 2\sin(-x) = -x^2\sqrt[3]{x} - 2\sin x = -\left(x^2\sqrt[3]{x} + 2\sin x\right) = -y(x)$. Следовательно, функция нечетная.

b) $y(-x) = 2^{-x} + 2^{-(-x)} = 2^{-x} + 2^x = y(x)$. Следовательно, функция четная.

c) $y(-x) = |-x| - 5e^{(-x)^2} = |x| - 5e^{x^2} = y(x)$. Следовательно, функция четная.

d) $y(-x) = (-x)^2 + 5(-x) = x^2 - 5x \neq \pm y(x)$. Следовательно, функция не является ни четной, ни нечетной.