Ю.В. Шевцова

История математики

Часть 3. Математика средних веков и эпохи Возрождения. Математика XVII века.

Пособие для студентов механико-математического факультета

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Математика средних веков и эпохи Возрождения

1. Математика средневековья.

Исторический период: 500-1500 гг.

В то время, когда арабы строили и расширяли свою цивилизацию, в Западной Европе зарождалась новая цивилизация. В период средневековья в этой части мира был достигнут высокий уровень культуры. В европейской культуре того времени безраздельно господствовала христианская религия, отнюдь не способствовавшая познанию физического мира. Интерес к математике и естественным наукам, стимулом которого в античности служило изучение физического мира, переживал глубокий кризис. Ученые средневековой Европы были ревностными искателями истин, но искали их в прилежном изучении Священного писания, а не в познании природы. Тем не менее в позднем средневековье философия поддерживала убеждение в правильности и постоянстве управляющих природой механизмов, хотя и считала, что в природе все происходит по воле божьей. Главным авторитетом в Греко-римском мире после падения Западной империи в 476 г. были на равных правах константинопольские императоры и римские папы. Католическая церковь Запада своими учреждениями и своим языком продолжала в меру своих возможностей культурные традиции Римской империи в германских государствах. Монастыри и образованные миряне в известной мере сберегали Греко-римскую цивилизацию. Один из таких мирян, дипломат и философ, **Аниций Манилий Северин Боэций** (480-524) был автором математических произведений, чей авторитет сохранялся в западном мире в течение более чем тысячи лет. На этих работах сказалось общее состояние культуры – они бедны содержанием, и то, что они сохранились, быть может, объясняется убеждением, что их автор в 524 г. погиб как мученик за католическую веру. Его «Основы арифметики» - перевод Никомаха, содержащий частично теорию чисел пифагорейцев, что вошло в средневековую науку как часть старинного тривиума и квадривиума: арифметика, геометрия, астрономия и музыка. До XI в. в Западной Европе

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

арифметика изучалась по книге Никомаха или по сокращенной ее Боэцием в 5-6 вв. Арифметические действия и вычисления производились либо на с помощью пальцев рук или на абаке.

В течение первых столетий западного феодализма в монастырях не очень высоко ставят математику. Математика в монастырях вновь сводилась лишь к скромной арифметике церковного назначения, которой пользовались для вычисления пасхалий (так называемый computus – расчет, вычисления). Боэций был высшим авторитетом.

Одним из первых математиков в средневековой Европе был ирландский монах и разносторонний ученый **Беда Достопочтенный** (673-735). Беда Достопочтенный был автором специального хронологического трактата «О счете времени», значительная часть которого посвящена вычислению даты пасхи. В книге имеется полное описание счета на пальцах.

Известное значение среди этих математиков-церковников приобрел уроженец Британии **Алкуин** (735-804), связанный со двором Карла Великого. Его написанные по латыни «Задачи для оттачивания ума» содержат подборку задач, имевшую влияние на составителей учебников в течение ряда столетий. Многие задачи восходят еще к древнему Востоку. Например:

«Через реку надо перевести троих: волка, козу и кочан капусты. На лодке кроме перевозчика, может поместится только один из трех. Как перевезти их, чтобы коза не могла съесть капусту, а волк не мог съесть козу?»

В X в. видный европейский математик, французский монах **Герберт Аврилакский** (940-1003) (впоследствии папа Сильвестр II) усовершенствовал абак. Вместо счетных камешков он употреблял жетоны с надписанными на них, им же изобретенными, цифрами. Он назвал цифры «апексами» (от лат. apices - письмена). От них, как считают некоторые ученые, происходят современные числа. Абак с апексами употреблялся лишь в некоторых монастырских школах и широкого распространения не

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

получил. Герберт перенял у испанских мавров «арабскую» систему счисления, и, занимаясь преподаванием в церквях и школах по всей Европе, внедрял новую систему на Западе. В 972-982 г. он жил в Реймсе, где преподавал в прославившейся вскоре школе предметы квадривиума. Кроме математики, логики и философии, он занимался астрономией. Ему приписывается несколько математических произведений, но неизвестно в точности, кто их автор. Это можно сказать о «Книжке о делении чисел» и о «Правилах счета на абаке». Оба названных произведения, сохранившихся в рукописях более позднего времени, должно быть по по содержанию близки к написанным Гербертом. Числа в обеих рукописях пишутся словами или изображаются римскими цифрами. Римское влияние отразилось и на третьем, приписываемом Герберту сочинении по геометрии, дошедшем до нас в списках XII в. Здесь изложены простейшие предложения геометрии и правила землемерия, а также приемы вычисления фигурных (многоугольных и пирамидальных) чисел. Герберт подходил к основным понятиям геометрии критически. Он указал, что в действительности ни одна точка, ни одна линия и поверхность не встречаются иначе, чем в связи с каким-нибудь телом. Лишь мысленно мы отрываем точки, линии и поверхности от тел.

Абак, о котором писал Герберт, был заимствован у римлян. Во времена Герберта абак представлял собой гладкую доску, посыпанную песком и разделенную на 30 столбцов, из которых три отводились для дробей, а прочие группировались по 3 столбца всего в 9 групп. Иногда групп столбцов было меньше. Сверху столбцы завершались дугами, которые называли *пифагоровыми*: изобретение абака приписывали Пифагору. В столбиках клали или писали знаки единиц соответствующих разрядов. Апексы Герберта имели названия, происхождение которых неизвестно. Замена камешков апексами не представляла преимуществ с точки зрения удобства выкладок. Но апексы имели иное значение в развитии математики: *в них мы видим ближайших предков современных европейских цифр.* Позже появился апекс, изображавший 0, имевший форму нуля. Главные работы Герберта

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

посвящены усовершенствованию методов счета на абаке, что сделало абак настолько распространенным прибором в X и XI вв.

Только в XII в. значительно возросло число «алгорифмиков», которые уже не употребляли счетной доски, а пользовались новой десятичной позиционной системой счисления и шестидесятиричными дробями. В отличие от последователей старой школы, «абацисты» пользовались абаком, римской нумерацией, римскими цифрами и двенадцатиричными дробями. Абацисты совсем не применяли нуля, извлечение корней второй степени было доступно только в частных случаях, в то время как алгорифмики могли свободно извлекать даже корни третьей степени. Долго длилась борьба между последователями обоих систем. Против введения индийско-арабских знаков выступали и широкие круги, так как использование этих обозначений затрудняло чтение торговых книг. В установлениях искусства обмена (1299 г.) флорентийским банкирам запрещалось пользоваться арабскими цифрами, их обязывали применять курсивные арабские цифры. Лишь в 14 в. итальянские купцы начали применять некоторые арабские цифры в своих счетных книгах. Десятичная позиционная система счисления не была воспринята сразу. Однако, преимущества десятичной позиционной системы счисления были настолько велики, что она все больше вытесняла неудобную римскую нумерацию. Фабричное производство бумаги, начатое в XIII в. в значительной мере способствовало исчезновению абака и победе алгорифмиков. Однако лишь в XVII в. новая нумерация полностью восторжествовала в Европе.

В XI-XIV вв. математики Европы в основном усваивали знания, позаимствованные из науки стран ислама, Древней Греции и Индии. Города начали устанавливать коммерческие связи с Востоком, который все еще был центром цивилизации. Такие связи устанавливались иногда мирным путем, иногда насильственным, как во времена крестовых походов. Первыми наладили торговые связи итальянские города, за ними последовали города Франции и Центральной Европы. За купцами и солдатами следовали ученые.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Испания и Сицилия были самыми близкими пунктами соприкосновения между Западом и Востоком. Именно здесь западные купцы и студенты познакомились с цивилизацией ислама. Когда в 1085 г. Толедо был отвоеван христианами у мавров, студенты западных стран толпами устремились в этот город, чтобы изучать науку арабов. Они часто пользовались услугами переводчиков-евреев, а в 12 столетии Платон из Тиволи, Роберт из Честера и др. переводят на латинский язык арабские математические рукописи. Именно так, через посредство арабов, Европа познакомилась с греческими классиками, а к этому времени Западная Европа была достаточно развита, чтобы оценить эти знания.

Как мы уже сказали, первые могущественные коммерческие города возникли в Италии. Итальянские купцы посещали Восток и познакомились с его цивилизацией. Как ионийские купцы почти за 2 тысячи лет до этого, они стремятся познакомиться с наукой и искусствами более древней цивилизации не только для того, чтобы повторять их, но и для того, чтобы использовать их в своей собственной новой системе. Первым из этих купцов, чьи математические работы был **Леонардо из Пизы** (1170-1250). Леонардо, которого называли также **Фибоначчи** (сын Бонначо), путешествовал по Востоку как купец. Вернувшись, он написал свою «Книгу абака» (1202 г., переработана в 1228), заполненную арифметическими и алгебраическими сведениями, собранными во время путешествий. Леонардо систематизировал в ней огромное количество сведений, почерпнутых из арабских трудов, добавил кое-что из геометрии Евклида, а также присоединил ко всему этому собственные задачи и методы. Результатом явился труд, поражающий уже своими размерами: в печатном издании книга насчитывает 459 страниц. Арифметику и алгебру линейных и квадратных уравнений Леонардо изложил с не превзойденной ни ранее, ни долгое время спустя полнотой и глубиной. Сказанное относится и к латинской и к арабской литературе.

Заглавие труда «Книга абака» следует понимать как «Арифметика». С первых строк Леонардо выступает решительным сторонником методов,

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

которые называет индийскими, в сравнении с которыми «дуги Пифагора», т.е. приемы абацистов, представляются ему отклонением от верного пути. Всего в книге 15 глав, первые пять из которых посвящены арифметике целых чисел на основе новой нумерации. . Задача, которая приводит к ряду Фибоначчи: 0,1, 1, 2, 3, 5, 8 … является новой. Ряд Фибоначчи получается при решении следующей задачи:

Сколько пар кроликов от одной пары в год рождается, если 1) одна пара каждый месяц дает новую пару, которая со второго месяца становится производителем, и 2) кролики не дохнут?

«Книга абака» была одним из источников для проникновения индийско-арабской системы нумерации в Европу.

В книге «Практика геометрии» (1220 г.) Леонардо подобным же образом рассказывает о том, что он открыл в области геометрии и тригонометрии. Возможно, что он был к тому же оригинальным исследователем, так как в его книгах есть немало примеров, по-видимому, не имеющих точных соответствий в арабской литературе. Около 1225 г. Фибоначчи написал «Книгу квадратов», содержащую задачи на неопределенные квадратные уравнения.

Работы Леонардо Пизанского настолько возвышались над общим низким уровнем математических знаний его современников, что смогли оказать надлежащее влияние много позднее, более чем два века спустя.

Вместе с расширением торговли постепенно интерес к математике стал распространяться и на северные города. Поначалу это был практический интерес, и в течение нескольких столетий арифметику и алгебру вне университетов преподавали профессиональные мастера счета, которые обычно не знали классиков, но зато обучали бухгалтерии и навигации. В течение долгого времени математика такого рода хранила явные следы своего арабского происхождения, о чем свидетельствуют такие слова как алгебра и алгорифм.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Теоретическая математика не исчезла целиком в средние века, но ее занимались не люди дела, а философы-схоласты. У схоластов изучение Платона и Аристотеля, в сочетании с размышлениями о природе божества, приводило к тонким рассуждениям относительно сущности движения, сущности континуума и бесконечности. Святой Августин в своем «Граде божьем» принимал всю последовательность чисел как актуальную бесконечность. Писатели-схоласты средневековья, в частности Фома Аквинский, принимали аристотелевское «нет актуально бесконечного» и каждый континуум рассматривали как потенциально делимый до бесконечности. Таким образом, не было наименьшего отрезка, ибо каждая часть отрезка обладала свойствами отрезка. Поэтому точка не была частью линии, поскольку точка неделима: из неделимых нельзя составить какого-либо континуума. Точка могла образовывать линию с помощью движения. Подобные рассуждения оказали влияние на изобретателей исчисления бесконечно малых в 17 веке и на философов, занимавшихся трансфинитным, в 19 веке. Кавальери, Больцано и Кантор знали авторов-схоластов и размышляли о значении их идей.

Иордан Неморарий (ум. 1236 г.)**,** уроженец Германии, живший некоторое время во Франции, был автором ряда книг по математике. Его алгебраическое сочинение, названное «О данных числах», содержит 115 задач на уравнения и системы уравнений 1 и 2 степени. Неизвестное Неморарий называет число, а известные – данными числами. Знака неизвестного, как и знаков действий, у него нет. Важнейшей особенностью алгебры Неморария является то, что *в ней используются буквы для обозначения чисел вообще.* Однако над буквами автор не производит никаких действий. Вот почему его нельзя считать основателем нашей алгебраической символики.

В XIV в. видными математиками и мыслителями были **Томас Брадвардин** (ок.1290-1349) в Англии и **Никола[й] Орем (Орезм)** (1323-1382) во Франции.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Томас Брадвардин, который стал епископом Кентерберийским, изучив Боэция, занимался исследованием звездчатых многоугольников. Николай Орезм, епископ города Лизье в Нормандии, является автором замечательных произведений, в том числе 1) «О конфигурации качеств», в котором содержатся прообразы идей функциональной зависимости и ее графического изображения. В этом трактате он графически сопоставляет значение независимого переменного и зависимого переменного. Это нечто вроде перехода от координат на земной или небесной сфере, известных в античности, к современной координатной геометрии. Этот трактат несколько раз был напечатан между 1482 и1514 гг. и возможно, что он оказал влияние как на математиков Ренессанса, так и на Декарта.

2) «Алгоризм пропорций», посвященный теории отношений. В этой книге Орем сообщает обобщает действие возведения в степень на положительные и дробные показатели.

2. Первые университеты.

Важную роль в развитии математики сыграли университеты. Древнейший в Европе университет – медицинский – был основан в Солерно не позднее первой половины 11 в. Около 1100 г. был открыт университет в Болонье, вначале представлявший собой школу, где на основе римского права разрабатывались юридические нормы, интерес к которым возрастал вследствие развития городов. На базе нескольких монастырских школ вырос в конце XII в. Парижский университет, где обучались тысячи студентов со всех концов Европы. Примерно тогда же был создан Оксфордский и в 1209 г. Кембриджский. В XIV в. появляются университеты в Праге – в 1348 г. в Кракове – в 1364 г., в Вене – в 1365 г., в Гейдельберге – в 1385 г. Затем в Лейпциге – в 1409 г., в Базеле –в 1459 г. и т.д. Все эти университеты в отличие от первых двух, не были узко профессиональными школами. Организация преподавания в них была такова.

Университет состоял из четырех факультетов – искусств, богословия, права и медицины. Студент, нередко подростком, поступал прежде всего на

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

факультет искусств, где обучался около шести лет, и после испытаний мог перейти на любой другой факультет. Наиболее популярным и влиятельным был богословский факультет, где обучение продолжалось около восьми лет и завершалось испытанием и диспутом. Преподаватели делились на младших – бакалавров, магистров – и докторов. Во главе университетов стояли монахи-богословы.

Математике обучали в объеме квадривиума на факультете искусств, а некоторые более тонкие вопросы излагались в курсах философии, особенно после укрепления к концу XIII в. аристотелизма. Впоследствии в курс математического образования включают изложение одной или двух первых книг «Начал», введение в сферическую астрономию, затем лекции по началам оптики, теории движения планет, теории пропорций, учению о широте форм. Но в течение нескольких столетий математика оставалась только вспомогательной дисциплиной и отдельных кафедр, да и особых преподавателей математики не было. По-видимому, первым специализировался на преподавании одних математических наук магистр Венского университета **Иоганн из Гмундена** (ок. 1380-1442). С 1412 г. он читал в Вене лекции по алгоритму целых и дробей, т.е. по арифметике, основанной на позиционной нумерации, по оптике, сферике, церковно-календарным вычислениям и, позднее, курс астролябии.

Подсобная роль математики в университетах отрицательно сказывалась на знаниях студентов, которые, например, в теоретической геометрии шли часто не далее нескольких первых теорем книги 1 «Начал». Пятое предложение этой книги о равенстве в равнобедренном треугольнике углов при основании было прозвано в конце XIII в. в Оксфордском университете «бегством убогих». Еще в начале XVI в. в Парижском университете кандидаты на степень магистра искусств вместо сдачи экзамена по геометрии должны были присягать в том, что прослушали лекции по шести первым книгам «Начал». Все же, несмотря на преобладание в преподавании духа авторитарности и схоластики, несмотря на подчиненное положение

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

математики, университеты были важными центрами распространения математических знаний, преимущественно в отвлеченных направлениях. В недрах самого богословия и схоластической науки шла почти непрестанная борьба между более передовыми мыслителями и ортодоксами. В Оксфордском университете, например, учились и работали такие прогрессивные философы и ученые, как Роберт Гроссетест (1175-1253) и его знаменитый ученик Роджер Бекон (ок. 1210- ок. 1295), призывавшие положить в основание естественных наук опыт и математическую дедукцию. И хотя подготовка математиков не была специальной целью университетов, из них вышли такие замечательные математики, как Томас Брадвардин в Англии, Никола Орем во Франции, Иоганн Мюллер-Региомонтан в Германии, Николай Коперник – в Польше.

2. Математика эпохи Возрождения.

Стремились все – открыть, изобрести,
Найти, создать… Царила в эти годы
Надежда вскрыть все таинства
природы.

В.Брюсов «Светоч мысли»

Исторический период: 1500-1600 гг.

Со второй половины XV в. (а в Италии с XIVв.) начинается в Западной и Центральной Европе эпоха Возрождения, характеризующаяся большим подъемом науки, литературы, искусства. Подъем был связан со значительным развитием товарного производства средневековых городов. В 13-14 в. Италия была экономически наиболее развитой страной Европы. В 14-16 вв. в ней достигли наибольшего расцвета литература, живопись, скульптура, архитектура и наука. Больше, чем в других странах, здесь в центре древней цивилизации сохранились сотни памятников античности и проявилась тяга к возрождению философско-научного и литературного наследия, а также искусства древности. Наряду с другими произведениями,

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

переводятся с греческого языка труды Архимеда, Птолемея, Евклида. В 15 в. мастера счета в Италии хорошо овладели арифметическими операциями, включая действия с иррациональностями, а итальянские художники были хорошими геометрами. Вазари в своих «Жизнеописаниях» подчеркивает, что художники пятнадцатого века проявляли большой интерес к геометрии пространства. Одним из таких достижений была разработка теории перспективы такими людьми, как Альберти и Пьеро делла Франческа; последний написал также книгу о правильных телах.

Во второй половине 15 и в начале 16 века ярко проявился гений художника **Леонардо да Винчи**, который одновременно был и выдающимся ученым, инженером, архитектором, физиком, математиком.

В это же время большой популярностью пользовался в Италии **Лука Пачоли** (1445-1514)**.** Лука Пачоли был учеником Пьеро делла Франчески. Именно в мастерской художника Пачоли и познакомился с математикой того времени. С 1472 г. Пачоли –монах-францисканец, с 1477 – профессор в университете Перуджи. Начинается эпоха чисто педагогической и научной деятельности, переезд из университета в университет. Пачоли - автор небольшой математической энциклопедии, изданной в Венеции в 1494 г. под названием «Сумма (знаний) по арифметике, геометрии, отношениям и пропорциональности». В этой книге, написанной на итальянском языке, излагаются правила и приемы арифметических действий над целыми и дробными числами, тройное правило, задачи на сложные проценты, правила двойной бухгалтерии и другие сведения, удовлетворявшие потребности коммерческой жизни того времени. В ней даются также правила решения линейных, квадратных и некоторых видов биквадратных уравнений. Любопытно, что в данной книге описана хорошо известная каждому школьнику задача о трубах, наполняющих бассейн. Классификация уравнений у Пачоли, по существу, та же, что у ал-Хорезми. Начиная с этой книги, пользование индийско-арабскими цифрами стало общепринятым, а арифметические обозначения не слишком отличаются от наших.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

«Алгебраические буквы», которыми Пачоли обозначал неизвестную и ее степени и которыми с незначительными изменениями пользовались алгебраисты 16 в. были важным шагом на пути создания алгебраической символики. Под влиянием Леонардо да Винчи Пачоли написал книгу «О божественной пропорции», названная так по золотому сечению. Она была посвящена пяти правильным многогранникам, а так же пропорциям человеческого тела, выражаемых в целых числах, меньших 10. Пачоли приводит лишь тринадцать свойств золотого сечения, отмечая, что на перечисление всех свойств не хватило бы чернил и бумаги. Каждому свойству он ставит особый эпитет, говоря, «…о его третьем исключительном свойстве … о его четвертом невыразимом свойстве … о его десятом возвышенном свойстве… о его двенадцатом почти сверхъестественном свойстве…»

Наибольших успехов математики Европы XV-XVI в. добились в области алгебры. В 1461 г. была написана *первая дошедшая до нас немецкая алгебра*. Ее автор – ученый монах Фридерикус Герхард из Регнсбурга, черпал свои знания из работ ал-Хорезми, Фибоначчи, Орема и др. Фридерикус, как и все его современники, рассматривает 6 типов линейных и квадратных уравнений. Однако, он приводит пример «вне шести правил»: $x+\sqrt{x^2-x}=2$. Символы при этом не применяются. Неизвестное названо «корень», а также «cosa». Свободных член назван «число» или «драхма».

В 1481 г. Ян Видман прочитал *первую лекцию по алгебре* в Лейпцигском университете.

Замечательным произведением 15 в. является труд французского ученого **Николая Шюке** (1445-1488): «Наука о числах в трех частях». Эта книга, написанная в 1484 г. на французском языке, содержит правила действий с рациональными числами и с корнями, а также учение об уравнениях. Его изложение основ алгебры отличается от предшествующих большей общностью. В его книге *впервые* встречаются термины: «биллион», «триллион», «квадрилион», «ноиллион». В труде Шюке, как и в

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

произведениях других математиков этой эпохи, встречаются зачатки символической алгебры.

Астрономы европейского Возрождения уже имели латинский перевод "Альмагеста", сделанный с арабского перевода. Таким образом, в начале XV в. для европейской астрономии стало необходимым получить сделанный специалистом-астрономом прямой перевод "Альмагеста" с древнегреческого на латынь. Эту задачу выполнили два астронома, которым помогал просвещённый кардинал. **Иоганн Мюллер Региомонтан** (1436-1476) (от лат. regio montanus - "королевская гора") и его учитель **Георг Пурбах** (1423-1461), выдающийся астроном своего времени и блестящий лектор. Сразу распознав в молодом студенте талантливого человека, Пурбах стал не только его профессором, но и наставником. Он умер сравнительно молодым, но взял со своего ученика обещание сделать прямой перевод «Альмагеста». Региомонтан выполнил перевод и, кроме того, перевел Аполлония, Герона и наиболее трудного из них – Архимеда. Его главное оригинальное произведение – книга «О различных треугольниках» (1464, напечатана в 1533) – полное оригинальное введение в тригонометрию, отличающееся от наших современных учебников отсутствием современных обозначений. Здесь содержится теорема синусов для сферического треугольника. Все теоремы еще формулируются словесно. Отныне тригонометрия становится наукой, не зависящей от астрономии.

Задуманные им методы, как вспомогательное средство ускорения решения сферических треугольников, спустя много лет после его смерти были изданы типографским способом и получили известное распространение. Это были первые в Европе таблицы с двойным входом (название ввел сам Региомонтан), предназначенные для облегчения и ускорения трудоемких комбинированных вычислений с тригонометрическими функциями (тогда еще не существовало таблиц логарифмов). С помощью этих таблиц произведение синуса гипотенузы сферического прямоугольного треугольника на синус противоположного

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

угла давало без выполнения умножения синус катета. К своим таблицам Региомонтан составил подробную инструкцию по их употреблению с многочисленными примерами, а в дополнении изложил основы сферической астрономии. В Европе простаферетические методы вычислений были разработаны значительно позже, во второй половине XVI в., и до появления логарифмических таблиц применялись для ускорения астрономических вычислений (особенно в обсерватории Тихо Браге). Данные таблицы Региомонтана отражали результаты одного из начальных этапов поисков путей ускорения сложных вычислений. Простаферетические методы, таблицы логарифмов, механические, а позже электромеханические вычислительные машины характеризовали следующие этапы этого пути.

Математика XVI в.

До сих пор прежние достижения греков и арабов не были заметным образом превзойдены. Поэтому, когда итальянские математики в начале 16 в. показали, что можно развить новую математическую теорию, которой не было у древних греков и арабов, это было для них большой неожиданностью. XVI в. был первым веком превосходства Западной Европы над древним миром и Востоком. Так было в астрономии (открытия Н.Коперника) и в механике (к концу этого столетия появляются первые исследования Г. Галилея), так в целом обстоит дело и в математике, не смотря на то, что в некоторых направлениях европейская наука еще отстает от достижений среднеазиатских математиков 15 в. и что в действительности большие новые идеи, определившие дальнейшее развитие новой европейской математики возникают лишь в следующем 17 в.

Новая эра в развитии математики началась с открытия алгебраического решения уравнений третьей и четвертой степеней, которое считалось в течение столетий неосуществимым. Уравнениями третьей степени занимался сам Архимед, изучали их и другие ученые, но никому не удалось отыскать общего метода. Ходили, впрочем слухи, что испанский математик

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Паоло Вальмес решил даже уравнение четвертой степени, но, когда он рассказал об этом инквизитору Томасу Торквемаде, тот счел, что это противоречит воле Бога, и приказал сжечь Вальмеса на костре.

Заслуга в алгебраическом решении уравнений принадлежит математикам Италии. В итальянских городах и после эпохи Леонардо математика занимала видное место. Болонский университет в конце 15 столетия был одним из самых больших и самых известных университетов в Европе. Было время, когда только его астрономический факультет насчитывал 16 лекторов. Студенты толпами устремлялись из всех частей Европы, чтобы слушать здесь лекции, а также на публичные диспуты, которые привлекали внимание многих слушателей. В разные времена студентами этого университета были Пачоли и Дюрер. Для новой эпохи характерным было стремление не только усвоить науку классиков, но и создать новое, перешагнуть через границы, указанные классиками. Искусство книгопечатания и открытие Америки указывали наличие таких возможностей. Но можно ли создать новую математику? Древние греки и восточные математики испытывали свою изобретательность на решении уравнений третьей степени, но они только *численно* решили несколько частных случаев. Теперь же болонские математики пытались найти общее решение.

Эти уравнения третьей степени можно было свести к трем типам:

$$x^3 + px = q, \quad x^3 = px + q, \quad x^3 + q = px,$$

где p и q – положительные числа. Они были тщательно исследованы профессором **Сципионом дель Ферро** (ок.1465-1526). Бортолотти утверждал, что дель Ферро действительно решил все эти типы. Ученые до сих пор обсуждают, каким именно путем пришел дель Ферро к правилу решения кубического уравнения. Есть предположение, что дель Ферро хотел найти такие числа u и v, при которых выполняется равенство

$$\sqrt[3]{\alpha + \sqrt{\beta}} = u + \sqrt{v}.$$

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Если обе части этого равенства возвести в куб и приравнять отдельно рациональные и иррациональные части, то получится система уравнений

$$\begin{cases} u^3 + 3uv = \alpha \\ v - u^2 = \sqrt[3]{\beta - \alpha^2} \end{cases}.$$

Но дель Ферро никогда не публиковал этих решений и рассказал о них лишь немногим друзьям. После смерти Сципиона венецианский математик **Никколо Фонтано (по прозвищу Тарталья – заика)** (ок.1500-1557), переоткрыл эти приемы.

Краткий исторический очерк

В феврале 1535 г. жители Болоньи оказались свидетелями необычайного зрелища. К зданию Болонского университета направлялись торжественные процессии с герольдами и знаменами. Студенты и профессора, ученые-монахи и пышно одетые дворяне стремились поскорее занять места в аудитории – ведь в аудитории должен бы состоятся математический турнир.

В то время ученые часто соревновались в решении трудных задач. От исхода этих состязаний зависела их научная репутация и даже право занимать кафедру. Каждый университет старался заполучить к себе победителей таких турниров.

Болонцы надеялись на быструю победу Антонио Марио Фиоре. Он был одним из ближайших учеников дель Ферро, который перед смертью открыл ему великую тайну – правило решения кубического уравнения. С тех пор Фиоре побеждал очень легко – он давал своим противникам задачи, сводящиеся к кубическим уравнениям. И соперники сдавались без боя – ведь даже в знаменитой книге Луки Пачоли «Сумма знаний», содержащей все сведения о тогдашней алгебре, говорилось четко и определенно: общего правила для решения кубических уравнений нет.

На этот раз «жертвой» Фиоре должен был стать Никколо Тарталья – главный консультант по математическим расчетам венецианского арсенала. Фиоре был тем более уверен в победе, что Тарталья не был признан официальной наукой. Все свои знания, начиная с азбуки, он приобрел,

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

занимаясь самообразованием. У его небогатых родителей хватило средств лишь для оплаты нескольких первых уроков грамоты, на которых Никола ознакомился с полутора десятком букв, остальные он разгадал сам. Да и выступать на диспуте Тарталье было трудно – он заикался с тех пор, как в детстве был ранен в гортань при взятии французами его родного городка Бреши. Тарталья занимался многими вопросами математики, в частности комбинаторикой, геодезией, фортификацией, баллистикой. Ему было известно, что снаряд выпущенный из артиллерийского орудия с заданной скоростью, пролетит наибольшее расстояние, если его выпустить под углом в 45^0 к горизонту. Это открытие он под большим секретом сообщил герцогу Урбинскому, чтобы тот использовал его для эффективного ведения огня при ожидавшемся нападении турецкого флота на Венецию.

Тарталья хорошо понимал, какой удар его репутации нанесет поражение на турнире. Он знал, что его коллеги не испытывают к нему большой любви – характер у него был тяжелый. Оставался единственный выход из этого положения – самому найти формулу для решения кубического уравнения. После длительных размышлений, он получи желанную формулу для решения уравнения $x^3 + px = q$, где p и q – положительные числа. Поэтому 12 февраля 1535 г. стало черным днем для болонской математики – Тарталья решил все задачи, предложенные ему соперником, за два часа, а Фиоре не сумел решить ни одной. Через несколько дней после турнира Тарталья нашел способ решения уравнения вида $x^3 = px + q$.

Блистательная победа над Фиоре принесла Тарталье не только славу, но и кафедру – он был приглашен в Веронский университет.

Многие ученые просили Тарталью сообщить известный ему метод решения кубического уравнения, но он упорно хранил тайну своего открытия, обещая обнародовать его в своем готовящемся трактате. Но проходили годы, а ожидаемой книги не было. И тому была серьезная причина.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Дело в том, что кубическое уравнение с действительными коэффициентами может иметь или один действительный и два мнимых корня, или все три действительные. Так вот, в первом случае формула действует безотказно. А во втором случае, возникает странная картина – формула приводит к извлечению квадратного корня из отрицательных чисел, чего математики 16 столетия еще не понимали.

Например, решая уравнение $x^3 - 15x = 4$ по выведенной формуле, получаем

$$x_1 = \sqrt[3]{2 + 11\sqrt{-1}} + \sqrt[3]{2 - 11\sqrt{-1}}\ .$$

Это число никакими приемами не удавалось преобразовать тогда в число 4, хотя легко видеть, что 4 является корнем этого уравнения. Кроме 4, данное уравнение имеет еще два действительных корня $-2 + \sqrt{3}$ и $-2 - \sqrt{3}$. В дальнейшем этот случай для кубического уравнения получил название *неприводимого*.

Тарталья, видимо, долго думал над тем, как выйти из создавшегося положения, но ничего не придумал. Но вскоре в его жизнь вмешалась личность другого, не менее талантливого человека – **Джероламо Кардано** (1501-1576). Кардано был разносторонним ученым: популярными были его книги по философии и этике, помимо математики, он сделал открытия в области техники, механики и физики. В жизни Кардано были и убийства, и тюремное заключение, и согласно легенде самоубийство в 75 лет, вызванное желанием подтвердить истинность составленного им гороскопа.

Кардано долго вынашивал план написать книгу о новейших достижениях алгебры под названием «Великое искусство». Он хорошо понимал, что лучшим украшением этой книги было бы описание способа решения кубических уравнений. Узнав, что Тарталья владеет этим искусством, Кардано обратился к нему с просьбой раскрыть тайну. Сначала Тарталья категорически отказался сделать это, но после ряда настойчивых просьб и клятв сохранить все сведения в тайне он поделился своим достижением, оформив его в виде стихотворения.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Время шло, а Тарталья все не публиковал сделанного им открытия. И тогда Кардано включает его в свою книгу. Правда, решение было приведено с ссылкой на Тарталью и дель Ферро. Но это не меняло сути дела: тайна раскрыта, клятва нарушена. Тарталья обрушивает на Кардано град упреков. На защиту Кардано встал его талантливый ученик **Луиджи Феррари** (1522-1565), который вызвал Тарталью на публичный диспут. Красноречие молодого человека и его незаурядные математические способности позволили ему выйти победителем в этом поединке. Поражение Тартальи сильно подорвало его авторитет в научном мире.

Справедливости ради следует заметить, что в «Великом искусстве» многие результаты принадлежали самому Кардано. Он рассмотрел общее кубическое уравнение и ввел подстановку, приводящую его к виду, решенному Тартальей; он первым уравнял в правах положительные и отрицательные корни уравнений и обратил внимание на мнимые корни. В книге содержится и еще один новый результат – метод решения уравнения четвертой степени, полученный Феррари.

Таковы обстоятельства, при которых были открыты общие формулы для решения уравнений третьей и четвертой степеней. Формула и поныне называется «формула Кардано», несмотря на то, что ее следовало бы назвать по крайней мере так: «Фомула Ферро-Тарталья-Кардано».

Трудности, связанные с мнимыми числами, были преодолены последним из больших болонских математиков 16 в., **Рафаэлем Бомбелли** (1526-1572), чья «Алгебра» появилась в 1575 г. В этой книге и в «Геометрии», написанной около 1550 г. и оставшейся в рукописи, он вводит последовательную теорию мнимых и комплексных чисел. Это позволило Бомбелли решить неприводимый случай. Книгу Бомбелли читали многие: Лейбниц изучал по ней кубические уравнения, Эйлер цитирует Бомбелли в «Алгебре» в главе об уравнениях четвертой степени. Отныне комплексные

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

числа потеряли кое-что из своей сверхъестественности, хотя их полное признание произошло только в 19 столетии.

Любопытен тот факт, что впервые мнимые числа были введены в теории *кубических* уравнений в том случае, когда было ясно, что действительное решение существует, хотя и в нераспознаваемом виде, а не в теории *квадратных* уравнений, в которой они появляются в наших современных учебниках.

Открытие в 16 в. алгебраического решения уравнения третьей и четвертой степеней означало большой шаг вперед в деле развития алгебры и поставило перед наукой новые проблемы. Не меньшее значение имело создание алгебраической символики. В 16 в. буквенная символика создается благодаря трудам немецких, английских, нидерландских и французских математиков.

Виднейшим математиком 16 в. был **Михаил Штифель** (ок. 1486-1567). Он поступил в молодости в один из католических монастырей, затем примкнул к протестантскому движению, возглавляемому Лютером, и стал сельским пастором. Одно время Штифель предался мистическим толкованиям по поводу чисел, встречающихся в Библии, с целью предсказать дату «конца света». На основе своих исследований Штифель имел неосторожность публично предсказать конец мира на 19 октября 1533 г. Это предсказание пастора привело к настоящей панике в среде его прихожан. Но когда «фатальная» дата прошла без всякой катастрофы, пастор был заключен в Вюртембургскую тюрьму. Только благодаря стараниям самого Лютера, Штифель был снова выпущен на свободу.

В 1544 г. появился важнейший труд Штифеля – «Полная арифметика», а через год – «Немецкая арифметика». В 1533 г. он издал дополненную им «Алгебру» Рудольфа под названием «Косс». Штифель справедливо считается предшественником Непера, изобретателя логарифмов. Штифель первым из математиков рассматривал отрицательные числа, как числа меньшие нуля, и

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

один из первых ввел знак корня с целым показателем, круглые скобки и символы для многих неизвестных.

В результате сокращения слов и изобретения знаков в то время произошли и другие сдвиги в символике, в частности в 1557 г. **Роберт Рекорд** вводит современный знак равенства.

Важнейший вклад в дело разработки алгебраической символики был сделан в конце 16 в. **Франсуа Виетом** (1540-1603). Главное достижение Виета состоит в усовершенствовании теории уравнений. Он был одним из первых, кто числа изображал буквами. Использование численных коэффициентов, даже в риторической алгебре школы Диофанта, препятствовало общему рассмотрению алгебраических задач. Работы косситов написаны с помощью очень сложных обозначений. Но «видовая логистика» Виета означала появление общей символики, в которой буквы были использованы для выражения численных коэффициентов, знаки + и – применялись в нашем современном смысле, а вместо A^2 писали «А квадратное». Эта алгебра все еще отличалась от нашей из-за того, что Виет придерживался греческого принципа однородности, согласно которому произведение двух отрезков обязательно рассматривалось как площадь и в соответствии с этим отрезки можно было складывать только с отрезками, площади с площадями и объемы с объемами.

В описываемый период вычислительная техника достигла новых высот. Виет улучшил Архимеда и нашел π с девятью десятичными знаками. Вскоре после того π было вычислено с тридцатью пятью десятичными знаками Лудольфом Ван Цейленом из Дельфта, использовавшим описанные и вписанные правильные многоугольники со все большим и большим числом сторон. Виет нашел также выражение π в виде бесконечного произведения (1593 г.); в наших обозначениях

$$\frac{2}{\pi} = cos\frac{\pi}{4} cos\frac{\pi}{8} cos\frac{\pi}{16} cos\frac{\pi}{32} \ldots$$

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Усовершенствование техники было результатом усовершенствования обозначений. А новые результаты показывают, что было бы неверным заявлять, будто люди, подобные Виету, «всего лишь» усовершенствовали обозначения. Подобные заявления пренебрегают глубокой зависимостью между содержанием и формой. Новые результаты часто становятся возможными лишь благодаря новому способу записи. Одним из примеров этого является введение индийско-арабских цифр, другим примером может служить символика Лейбница в анализе. Подходящее обозначение лучше отображает действительность, чем неудачное, и оно оказывается как бы наделенным собственной жизненной силой, которая в свою очередь порождает новое. За усовершенствованием обозначений Виета поколение спустя последовало применение алгебры к геометрии у Декарта.

Большое значение для дальнейшего развития техники вычисления имело введение десятичных дробей. Официальным годом «открытия» десятичных дробей в Европе считают 1585 год, когда была опубликована на фламандском и французском языках брошюра **Симона Стевина** (1548-1620) «Десятая, обучающая легко производить расчеты, встречающиеся в людских делах, с помощью целых чисел, без дробей». Десятичные дроби явились составной частью проекта унификации всей системы мер на десятичной основе. Это было одним из больших усовершенствований, которые стали возможными благодаря принятию индийско-арабской системы счисления. Отметим, что полную и систематическую трактовку десятичные дроби получили в 20-х годах 15 в. в трудах ал-Каши. Стевин заново «переоткрыл» их независимо от ал-Коши.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Математика XVII в.

1. Историческая характеристика.

С 17 в. начинается существенно новый период развития математики. На первый план выдвигается понятие функции, играющее в дальнейшем такую же роль основного и самостоятельного предмета изучения, как ранее понятия величины или числа. Изучение переменных величин и функциональных зависимостей приводит к основным понятиям математического анализа, вводящим в явном виде идею бесконечного, к понятиям предела, производной, дифференциала и интеграла. Создается анализ бесконечно малых, в первую очередь в виде интегрального и дифференциального исчисления. Основные законы механики и физики записываются в форме дифференциальных уравнений, и задача интегрирования этих уравнений выдвигается в качестве одной из важнейших задач математики. Разыскание неизвестных функций, определенных другого рода условиями, составляет предмет вариационного исчисления. Таким образом, наряду с уравнениями, в которых неизвестными являются числа, появляются уравнения, в которых неизвестны и подлежат определению функции.

Предмет изучения геометрии также существенно расширяется с проникновением в геометрию идей движения и преобразования фигур. С созданием аналитической геометрии принципиально изменилось отношение геометрии к остальной математики: был найден универсальный способ перевода вопросов геометрии на язык алгебры и анализа и решения их чисто алгебраическими и аналитическими методами, а с другой стороны, открылась широкая возможность изображения (иллюстрирования) алгебраических и аналитических фактов геометрически, например при графическом изображении функциональных зависимостей.

Алгебра в значительной мере воспринималась как первая глава анализа, в которой вместо исследования произвольных зависимостей между

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

величинами и решения произвольных уравнений ограничиваются зависимостями и уравнениями алгебраическими.

Создание новой математики переменных величин в 17 в. было делом ученых передовых стран Западной Европы, причем более всего **Исаака Ньютона** (1643-1727) и **Готфрида Вильгельма Лейбница** (1646-1716).

Охарактеризованный выше новый этап в развитии математики органически связан с созданием в 17 в. математического естествознания, имеющего целью объяснение течения отдельных природных явлений действием общих, математически сформулированных законов природы. На протяжении 17 в. действительно глубокие и обширные исследования относятся к двум областям естественных наук – к механике (Г.Галилей открывает законные падения тел (1632,1638) И.Кеплер – законы движения планет (1609,1610), И.Ньютон – закон всемирного тяготения (1687)) и оптике (Г.Галилей (1609) и И.Кеплер (1611) сооружают зрительные трубы, И.Ньютон развивает оптику на основе теории истечения, Х.Гюйгенс и Р.Гук – на основе волновой теории). Тем не менее рационалистическая философия выдвигает идею универсальности математического метода (Р.Декарт, Б.Спиноза, Г.Лейбниц), придающую особенную яркость устремлениям этой ***философской эпохи*** в развитии математики.

Серьезные новые математические проблемы выдвигают перед математикой 17 в. навигация (необходимость усовершенствования часового дела и создания точных хронометров), а также картография, баллистика, гидравлика. Авторы 17 в. понимают и любят подчеркивать большое практическое значение математики. Опираясь на свою тесную связь с естествознанием, математика 17 в. смогла подняться на новый этап развития.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

2. Основные достижения математики 17 в.

2.1 Открытие логарифмов

Математические достижения 17 в. начинаются открытием *логарифмов.* Некоторые математики 16 в. в известной мере занимались сопоставлением арифметической и геометрической прогрессий, главным образом с целью облегчить работу со сложными тригонометрическими таблицами. Важным достижением на этом пути мы обязаны лорду **Джону Неперу** (1550-1617), который в 1614 г. напечатал свое «Описание удивительного канона логарифмов». Основной идея в построении логарифмов связана с рассмотрением двух последовательностей чисел.

$$0, 1, 2 \; ,3 \; ,4,...$$
$$1, a, a^2, a^3, a^4,...$$

Произведение любых двух членов второй последовательности является членом той же последовательности, получаемым путем возведения a в степень, равную сумме соответствующих членов первой последовательности. Эта идея была четко выражена еще в «Исчислении песчинок» Архимеда. Сопоставлением этих последовательностей пользовались Шюке, Пачоли и др. Штифель продолжил эти ряды и влево, т.е. включил и отрицательные числа и впервые называет члены первого ряда экспонентами, т.е. показателями соответствующих членов второго ряда.

В 1619 году, после смерти автора, опубликовано «Построение удивительной таблицы логарифмов», где объясняется принцип логарифмических таблиц, помещенных в первой книге. Однако, по-видимому, уже к 1594 г. Непер владел принципом образования логарифмов. Независимо от Непера в 1629 г. аналогичные, хотя менее совершенные таблицы логарифмов составил швейцарский математик **Иобст Бюрги** (1552-1632) в книге «Таблицы арифметической и геометрической прогрессий».

Бюрги помогал Кеплеру в астрономических вычислениях. Для того, чтобы, опираясь на сопоставление прогрессий, перейти к составлению таблицы, перед Бюрги стояли две задачи. Первая: сделать так, чтобы ряд (2) охватил по возможности больше чисел. Если взять, например, основание 2, то можно получить логарифмы для довольно «редкого» ряда чисел. Для практических вычислений таблица логарифмов только этих чисел далеко не достаточна. Нетрудно заметить, что чем ближе основание будет ближе к 1,

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

тем больше чисел будет охвачено таблицей. В качестве основания Бюрги взял $1+\frac{1}{10^4}$. Неявно предполагая непрерывность соответствия между рядами чисел (1) и (2), он применил к своей таблице интерполяцию. Вторая задача, стоявшая перед Бюрги, заключалась в следующем: при последовательных умножения число знаков произведений быстро растет, сохранять их все практически невозможно. Округление, однако, следует вести крайне внимательно, для того чтобы при дальнейших вычислениях не накопились ошибки. Бюрги констатировал, что чем «плотнее» второй ряд, тем меньше погрешность в вычислениях. Фактически он составил таблицу чисел $10^8(1{,}0001)^n$, придавая n последовательно значения 10, 20, 30, … Т.о. Бюрги рассматривал ряды

$$\begin{array}{lll} 0, & 10, & 20, \\ 10^8, & 10^8(1+0{,}0001), & 10^8(1+0{,}0001)^2,\ldots \end{array}$$

Числа первого ряда («черные») он вычислил с 9 знаками и довел до 10^9 - это «полное черное» число. Ему соответствует «полное красное» число 230270022. Бюрги отдал составлению таблиц восемь лет жизни. Одних умножений на $1+\frac{1}{10^4}$ пришлось произвести 200 млн. раз.

Таблицы, составленные Непером, отличаются во многом от таблиц Бюрги. Непер было построил две последовательностей чисел, связанных таким образом, что когда одна из них возрастает в арифметической прогрессии, другая убывает в геометрической. Знаменатель прогрессии равен $1-\frac{1}{10^7}$, он ближе к 1, чем в последовательности Бюрги. Такая медленно убывающая прогрессия дает возможность включить в таблицу большее количество чисел, сравнительно мало отличающихся друг от друга. Для того чтобы для любого положительного числа вычислить его логарифм, Непер сформулировал идею непрерывности связи между числами и их логарифмами.

Пусть на осях Ох и О’у движутся соответственно точки А, В, выходящие с одинаковой скоростью с, и пусть на оси О’у зафиксирована некоторая точка

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

К. Движение точки А равномерное, для нее скорость с постоянная. Скорость замедленно движущейся точки В непрерывно убывает пропорционально расстоянию $y = BK$. Какое расстояние ей остается еще пройти до точки К? За некоторый промежуток времени одновременно вышедшие точки проходят неодинаковые расстояния $x_1 > y_1$. Для другого промежутка времени $x_2 > y_2$. Можно доказать, что, при $x_2 - x_1 = x_4 - x_3$ будем иметь $\frac{y_2}{y_1} = \frac{y_4}{y_3}$, т.е. при одинаковой разности двух любых значений чисел х получим одинаковое отношение двух соответствующих значений чисел у. Числа х - логарифмы – как бы определяют отношения соответствующих чисел у. Общий член арифметической прогрессии таблицы Непера можно представить в виде $n\left(1 + 0{,}5 \cdot 10^{-7}\right)$.

Составлению таблицы Непер посвятил около 20 лет своей жизни. Идея о непрерывности, заложенная Непером при составлению таблиц, является зародышем развившихся после него глубоких идей исчисления бесконечно малых.

Непер составил таблицы для тригонометрических вычислений, а для других расчетов они были неудобны. В 1624 г. Генри Бригс улучшил логарифмы. Он опубликовал «Логарифмическую арифметику», в которой содержались таблицы десятичных логарифмов. Простота в вычислениях с помощью десятичных логарифмов вытеснила таблицы, предложенные Непером.

2.2 Создание аналитической геометрии

Одно из важнейших достижений Нового времени – создание аналитической геометрии. Еще Виет назвал свою буквенную алгебру «аналитическим искусством», что дало повод его современникам и последователям называть всякие приложения алгебры к геометрии «аналитическими». Однако термин «аналитическая геометрия» в современном смысле был введен не ее создателями Ферма и Декартом, а гораздо позже

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

французским математиком С. Лакруа, автором учебного руководства «Курс математики» (1796—1799). Первая же работа, содержащая некоторые начала аналитической геометрии, была написана примерно в середине 30-х годов XVII в. **Пьером Ферма** (1601-1665) и названа им «Введение в учение о плоских и телесных местах». К своим новым идеям Ферма пришел, основательно изучая, как и все великие математики того времени, классические труды древнегреческих ученых, в частности Аполлония. Ферма занимался даже восстановлением одного утерянного произведения Аполлония — «Плоские места». Греческие ученые древности называли «плоскими местами» прямую линию и окружность, а «телесными» — конические сечения. Термин «геометрические места» (плоское место, телесное место) появился тогда, когда в соответствии с идеями Аристотеля линию рассматривали не как множество точек, а как место, где расположены (лежат) точки.

В предисловии к «Введению» Ферма указывает, что древнегреческие ученые не обладали общими методами решения геометрических задач. Каждая задача трактовалась отдельно и независимо от других, с нею родственных. Отсутствие единого общего подхода к исследованию и решению задач, как и отсутствие символики, приводило к повторениям одного и того же и делало невозможным рационально классифицировать разрозненные задачи и обозревать их сущность с более широкой точки зрения. Ферма задался целью установить общий подход к исследованию геометрических мест. Он с самого начала заявляет, что всякое уравнение между двумя «неизвестными» представляет геометрическое место, описываемое концом одной из неизвестных. Его «неизвестные», т. е. переменные, являются отрезками. На прямой NZ (наша ось абсцисс), обозначаемой буквой A (наш x), он отмечает начальную точку N, затем при точке Z строит угол NZI (обычно прямой) и откладывает отрезок ZI (ординату), обозначаемый буквой E (наш y) и равный второй неизвестной. Конец ординаты I и описывает соответствующее геометрическое место.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Пользуясь подобием треугольников, Ферма доказывает, что прямая (в современной записи) $ax = by$ проходит через начало N. Он приводит к этому виду и общее уравнение прямой. После этого переходит к изучению конических сечений, которым и уделяет большую часть своей работы. У Ферма мы находим уравнения окружности, равнобочной гиперболы, эллипса и гиперболы.

Одним из недостатков труда Ферма была ограниченность его системы координат. Во-первых, фиксированной считалась только ось абсцисс NZ. Ось ординат по существу отсутствует, она как бы подразумевается. Во-вторых, рассматриваются только положительные абсциссы точек.

Рене Декарт (1596-1650) вознамерился развить *новую философию науки* систематически, ясно и обоснованно. Декарт прежде всего был философом, во-вторых, он занимался проблемами космологии, в-третьих, был физиком, в-четвертых, был биологом, и, только в пятых, - математиком, хотя он и считается одним из основных творцов новой математики. Философия Декарта имеет весьма важное значение, поскольку именно она оказала *решающее влияние на формирование самого стиля мышления, характерного для 17в.*, и на таких гигантов, как Ньютон и Лейбниц. Свою главную цель Декарт видел в нахождении способа, позволяющего устанавливать истину в любой области, и посвятил ей основной труд – «Рассуждение о методе, чтобы хорошо направлять свой разум и отыскивать истину в науках» (1637). Для изучения физического мира Декарт хотел бы использовать только математику, ибо, «только математикам удалось получить некие доказательства, т.е. указать причины, очевидные и достоверные». По мнению Декарта, одной лишь математики было бы достаточно для изучения физического мира. В «Принципах философии» Декарт прямо называет математику сущностью всех наук. По словам Декарта, он «не приемлет и не надеется найти в физике каких-либо принципов, отличных от тех, которые существуют в Геометрии или в Абстрактной Математике, потому, что они позволяют объяснить все явления

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

природы и привести доказательства, не составляющие сомнений». Объективный мир, по Декарту, есть не что иное, как воплощенная геометрия, поэтому его свойства должны выводится из первых принципов геометрии.

Размышлял Декарт и над вопросом, почему мир должен быть доступен анализу математическими средствами. По его мнению, наиболее фундаментальными и надежными свойствами материи являются форма, протяженность и движение в пространстве и времени. Все эти свойства поддаются математическому описанию. Так как форма сводится к протяженности, Декарт утверждал: «Дайте мне протяженность и движение, и я построю Вселенную».

Вклад Декарта собственно в математику сводится не к открытию новых истин, а к введению мощного метода, который мы ныне зовем аналитической геометрией. Появление аналитической геометрии *технически революционизировало методологию математики.* В «Геометрии» (1637) Декарт включил в алгебру всю область классической геометрии. Эта книга первоначально была опубликована в качестве приложения к «Рассуждению о методе».

Фактически «Геометрия» Декарта является алгебраическим трудом, и в ней мало можно найти из того, что сегодня мы называем «аналитической геометрией», однако основная идея – алгебраический способ исследования вопросов геометрии с помощью метода координат - в ней четко изложена. Декарт начал с утверждения, что всякая геометрическая задача сводится в конце концов к нахождению длины или построению некоторых отрезков. В связи с этим он развивает исчисление отрезков. Значительная часть «Геометрии» посвящена методам алгебраического и графического решения уравнений.

Не только у Ферма, но и у Декарта еще нет того, что мы называем системой декартовых координат на плоскости, есть только ось абсцисс с начальной точкой на ней. Хотя «Геометрия» Декарта еще не представляла собой настоящую аналитическую геометрию, все же она как наука

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

развивалась именно под влиянием этой книги Декарта, а не под влиянием «Введения» Ферма, появившегося в печати лишь в 1679 г.

Из-за нелегкого стиля и нечеткого способа изложения «Геометрия» Декарта оказалась очень трудной для чтения. Уже в 1649 г. француз Ф. Дебон в своих «Кратких замечаниях» комментирует и несколько дополняет Декарта. Так же поступил голландский математик Франц ван Скоотен, издававший «Геометрию» Декарта на латинском языке в 1649 и 1659 гг. У ван Скоотена мы уже находим самостоятельное уравнение прямой $y = a — x$, преобразования координат и др. Дж. Валлис впервые ввел и отрицательные абсциссы, которые он применил наряду с отрицательными ординатами. Метод координат с трудом пробивал себе дорогу. Некоторые из продолжателей дела Декарта хотя и рисовали вторую координат, но не применяли ее. Существенным толчком для дальнейшего развития координатной геометрии на плоскости были большой труд Ньютона «Перечисление кривых третьего порядка» (1706) и книга его соотечественника Дж. Стирлинга «Ньютоновы кривые третьего порядка» (1717), в которых рисовались обе оси (хотя ось У еще не считалась равноправной с осью X). Лишь Крамер в своем «Введении в анализ алгебраических кривых» (1750) впервые по современному ввел ось ординат, считая ее равноправной с осью абсцисс, и четко пользовался понятием двух коор динат точки на плоскости. Этого новшества, однако, еще нет втором томе «Введения в анализ» (1748) Эйлера. С другой стороны эта работа Эйлера, посвященная геометрии, явилась первой в современном смысле аналитической геометрией конических сечений. Близские к современным новые обозначения и расположение материала плоской аналитической геометрии встречаются впервые у Лакруа в «Элементарном курсе прямолинейной и сферической тригонометрии и приложений алгебры к геометрии», которая переиздавался много раз на протяжении целого столетия, начиная с 1798 г.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

2.3 Создание теории вероятностей

Возникновение понятия вероятности было связано как с потребностями страхования, получившего значительное распространение в эпоху XVII в., когда заметно росли торговые связи и морские путешествия, так и в связи с запросами азартных игр. Слово «азарт», под которым обычно понимается сильное увлечение, горячность, является транскрипцией французского слова hasard, буквально означающего «случай», «риск». Азартными называют те игры (карты, домино и т. п.), в которых выигрыш зависит главным образом не от умения игрока, а от случайности.

Первыми вопросы теории вероятностей начали изучать Кардано, Кеплер и Галилей.

Один из представителей французской знати того времени, игрок кавалер де Мере написал одному из крупнейших математиков того времени **Блезу Паскалю** (1623-1662) письмо, в котором просил ответить на ряд вопросов, возникших у него в связи с игрой в кости. Вот один из вопросов: что происходит чаще при четырехразовом бросании кости - невыпадение шестерки или появление ее? (Вероятность появления шестерки равна 671/1296, невыпадения – 652/1296).

Рассказывают, что **Х. Гюйгенсу** (1629-1695) был задан такой вопрос: «Если бросить одновременно три игральных кости, то какая сумма очков будет выпадать чаще - 11 или 12?» (P(11)=27/216, P(12)=25/216)

Решение порой довольно сложных задач, с которыми обращались заинтересованные лица к Паскалю, Ферма, Гюйгенсу, способствовало разработке основных понятий и общих принципов теории вероятностей, в том числе и правил действия над ними. Отсюда не следует, конечно, заключать, что основоположники теории вероятностей рассматривали азартные игры как единственный или главный предмет разрабатывавшейся ими новой отрасли науки. На развитие теории вероятностей оказали влияние более серьезные потребности науки и запросы практики, в первую очередь страховое дело, начатое в некоторых странах еще в XVI в. В XVI—XVII вв.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

учреждение страховых обществ и страхование судов от пожара распространилось во многих европейских странах. Азартные игры были для ученых только удобной моделью для решения задач и анализа понятий теории вероятности. Об этом заметил еще Гюйгенс в своей книге «О расчетах в азартной игре» (1657), *которая была первой книгой в мире по теории вероятностей*. Он писал: «...при внимательном изучении предмета читатель заметит, что он занимается не только игрой, а что здесь даются основы теории глубокой и весьма интересной». В трудах Гюйгенса, Паскаля и Ферма содержатся теорема сложения, теорема умножения вероятностей. Гюйгенс первый ввел важное для теории вероятностей понятие математического ожидания, которое получило дальнейшее развитие трудах Даниила Бернулли, Даламбера и др.

2.4 Создание интегрального исчисления

На пути к созданию интегрального исчисления.

Курс математического анализа обычно строится так: сначала идет дифференциальное исчисление, а за ним следует интегральное. Историческое развитие протекало в обратном порядке. В трудах древних центральное место занимали задачи на вычисление площадей (квадратур), объемов (кубатур), центров тяжести. Для дальнейшего развития этого направления требовалось исчисление определенных интегралов. Оно может развиваться самостоятельно, без помощи или взаимодействия с дифференциальным исчислением или неопределенным интегрированием. Главное внимание математиков 17 в. было направлено на **разработку методов вычисления определенных интегралов.**

Первым, кто сказал здесь новое слово после древних, был **Иоганн Кеплер** (1571-1630). Он установил, что планеты движутся вокруг Солнца по эллипсам (первый закон Кеплера). При проверке второго закона (постоянство секториальной скорости каждой планеты) ему приходилось вычислять площади эллиптических секторов; для решения задач этого типа он

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

разработал новый метод, радикально, как казалось его современникам отличающийся от метода геометрического доказательства Архимеда. Воспользовавшись подходящим случаем (проверкой целесообразности формы австрийской винной бочки), Кеплер опубликовал первый, если можно так выразиться, курс определенных интегралов.

Почти одновременно с Кеплером начал работать над задачами определенного интегрирования **Бонавентура Кавальери** (1598-1647). Стремясь примерить между собой идеальную строгость доказательств Евклида с необходимостью заменить фигуру (или тело) некоторой моделью, он привлек идею *неделимых* и получил существенные результаты: ему удалось вычислить определенный интеграл от целой положительной степени аргумента. Одновременно с ним и независимо от него вычисляли различные определенные интегралы Ферма, Декарт и др. Фрема заметно продвинул технику составления интегральных сумм. Он же совершал предельные переходы. Ферма, Декарт и **Джон Валлис** (1616-1703) почти одновременно, около 1638 г., обобщили определенный интеграл от x^n на случай n дробного и отрицательного. В 1647 г. Григорий из Сен-Винцента опубликовал «Геометрический труд», в котором предложил довольно сложные кубатуры. **Жиль Персон**, известный под фамилией **Роберваль** (1602-1675), вычислял определенные интегралы примерно так же, как это делал Кавальери, хотя в трактовке понятия бесконечно малой был ближе к Ферма. Он считал, что, например, бесконечно узкая полоска плоской фигуры имеет два измерения, а не одно, как принимал Кавальери. Роберваль получил объем тела, образованного вращением циклоиды вокруг ее основания.

Существенный прогресс в вычислении определенных интегралов связан с именем Блеза Паскаля. Правда, Паскаль не имел обыкновения выражать полученные результаты в виде формул и тем самым не способствовал выработке интегрального исчисления как суммы технических приемов, но его работы по вычислению различных интегралов прояснили связанные с определенным интегралом понятия. Он заменил «совокупности» Кавальери

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

«суммами». Его бесконечно малые очень просты и наглядны по их образованию. Это обычно полоска (в плоской фигуре) или объем (в теле), одно измерение которого взято так, что при дальнейшем разбиении фигуры это измерение неограниченно приближается к нулю. Паскаль установил, что две величины равны, если разность между ними может быть сделана меньше, чем любая наперед заданная величина, как бы она ни была мала. При таком положении вещей вопрос о переходе к пределу возникал сам собой.

У древних переход к пределу производился неоднократно (площадь круга и т.п.), но определения предела еще не было. Теперь развитие понятия интегральной суммы непосредственно привело к этому необходимому элементу вычисления. Вполне правильно совершал переход к пределу еще Ферма, но у него процесс перехода не рассматривался как самостоятельный этап вычислений. Переход к пределу в середине 17 в. выполнялся в различных формах – алгебраической и при вычислении определенных интегралов. Отыскание предела в алгебраической задаче имеется у А.Таке (1612-1680). Он получил сумму бесконечной убывающей геометрической прогрессии, имея формулу для суммы конечного числа членов и неограниченно увеличивая это число. Переход к пределу при вычислении квадратуры имелся уже у Ферма, а в более совершенной форме он выполнялся Валлисом. К 70-м годам 17 в. вычисление квадратур, кубатур, центров тяжести уже давно перестало быть новостью, как считали в начале века, когда появились первые кубатуры Кеплера. Тем не менее интегрального исчисления не было. Его и не могло быть, так как каждый тип задач вызывал новую интегральную сумму с новым пределом. Отыскание этого предела требовало каждый раз изобретения нового приема. Исчисление могло появиться только после установления взаимной обратности операций интегрирования и дифференцирования, что было установлено позже.

На пути к созданию дифференциального исчисления.

Понятие о производной тесно связано с задачей о проведении касательной к кривой и с тем кругом задач, которые объединяются под

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

общим названием анализа функций. Построением касательных занимались еще древние. Что касается анализа, то было известно, что в «Конических сечениях» Аполлония рассматривались максимумы и минимумы, но содержание книги Аполлония стало доступным европейским математикам лишь в 1661 г. Однако все возрастающий интерес к творениям древних и быстро развивающаяся «новая» математика побуждали заняться и этими задачами, которым уделяла внимание классическая математика. Естественно, что такой исключительно разносторонний математик, как Ферма, не мог пройти мимо касательных. В письмах к Робервалю он сообщал, что еще в 1629 г. им разработан способ отыскания экстремумов. Поскольку способ Ферма сводил задачу непосредственно к задаче отыскания производной, он обладает очень большой общностью (надо подчеркнуть, что речь идет о необходимом условии наличия экстремума, вопрос о достаточном условии затронут лишь поверхностно). Можно с полным правом сказать, что способ Ферма, с необходимыми улучшениями, целиком вошел в позднейший анализ. Декарт тоже решил несколько задач на отыскание экстремумов. Задача о проведении касательной служила предметом горячей полемики между Ферма и Декартом. В то время как способ Ферма приводил к отысканию производной и, значит, был достаточно общим, способы Декарта были большей частью специальными и основывались на том или ином свойстве кривой.

Например, разыскивая касательную к циклоиде, Декарт использует открытое им свойство нормали к этой кривой. В некоторых случаях Декарт пользовался кинематическими свойствами кривых. Кинематические свойства применяли также Роберваль и Торричелли. Большой вклад в построение анализа внес **Христиан Гюйгенс** (1629-1695). Он исследовал функции на максимум и минимум, исходя из соображений Ферма. Сущность рассуждений Гюйгенса не отличается от рассуждений Ферма, но Ферма считал, что приращение аргумента есть величина постоянная, а Гюйгенс называл ее величиной бесконечно малой. Кроме того, Гюйгенс выработал

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

некоторые простейшие приемы, позволяющие обходить некоторые простейшие приемы, позволяющие иногда обходить вычисления, которые Ферма в каждой задаче выполнял от начала до конца. Этими приемами Гюйгенс предвосхитил некоторые правила дифференцирования, предложенные Лейбницем (например, дифференцирование произведения двух функций).

Эванджелиста Торричелли (1608-1647) умел находить касательные к кривым и прежде всего к параболам, исходя из свойств движения тяжелой точки, движущейся по параболе. Он сначала доказывает, что касательная направлена по диагонали параллелограмма скоростей, а потом, пользуясь свойствами конического сечения, находит направление касательной. Этот кинематический способ проведения касательных подробно развил Роберваль.

Решающее значение для будущего исчисления сыграли работы Паскаля, в частности его «характеристический треугольник», как его впоследствии назвал Лейбниц, или «дифференциальный треугольник».Так называется прямоугольный треугольник, который дает выражение для дифференциала дуги $ds^2 = dx^2 + dy^2$. В сущности, он встречается уже у Ферма, но у него особое обозначение имеет только приращение аргумента dx, в то время как **Исаак Барроу** (1630-1677) вводит обозначение и для приращения функции dy. Барроу много работал и в области квадратур. Он вычислил несколько трудных интегралов с помощью дифференциальных соотношений, например, использовал для упрощения интегралов формулу $d\,sin\,\phi = cos\,\phi\; d\phi$. Он занимался разысканием касательных (посредством определения длины подкасательной), решал и обратные задачи о касательных. Так назывались задачи, в которых надо было найти ту кривую, которая обладает касательной с заданными свойствами. Ясно, что решение подобных задач приводится к квадратуре (точнее говоря, к дифференциальному уравнению первого порядка).

Оглядывая пройденный путь, можно сказать, что задачи на касательные и на анализ функций достигли известного развития. Удалось уже вникнуть до

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

некоторой степени и в процесс предельного перехода. Существенное значение для дальнейшего движения вперед имело и прочное усвоение методов аналитической геометрии, что неизмеримо увеличило наглядность всех инфинитезимальных операций. При взгляде на чертеж кривой невольно возникала мысль о второй кривой на том же чертеже, кривой, изображающей площадь, ограниченную первой. Рассмотрение же этих двух кривых совместно, вполне естественно, рождало вопрос об их взаимной обусловленности. Вторая кривая получается в результате квадратуры первой. Нельзя ли первую также получить из второй при помощи какой-то операции?

О том, что эти соображения уже, как говорится, носились в воздухе, свидетельствует хотя бы тот факт, что задачу о взаимном отношении этих кривых поставили перед собой и решили одновременно и независимо друг от друга Торричелли, Грегори и Барроу. Исследования Торричелли и Грегори обнаружены в рукописях. Прямое влияние на дальнейшее развитие анализ имело решение Барроу, потому что Барроу передал свои результаты Ньютону. После работы Барроу почва для построения нового исчисления была готова, и эпоха предшественников закончилась.

Становление математического анализа.

Итак, к 80-м годам 17 в. задачи вычисления площадей, объемов, координат центров тяжести и т.д. достигли уже определенного уровня развития. Хотя новых исчислений еще не было, имелись такие результаты, которые в силу своей общности и автоматичности своего получения были составной частью некоего неизвестного еще исчисления. Таков, например, результат

$$\int_0^x x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1},$$

значение которого тем больше, что он получен независимо несколькими математиками.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Не меньшим вниманием пользовались задачи на касательные, на отыскание максимума и минимума. И здесь еще не было исчисления, но были уже методы, вполне устойчивые и общие. В частности, вырисовывалось основополагающее значение выражения $\frac{f(x+e)-f(x)}{e}$ для этой категории задач.

Наконец, к указанному времени установлена взаимная зависимость двух важнейших операций: вычисления квадратуры кривой и отыскания касательной, проведенной через данную точку кривой. Осталось объединить все эти результаты и создать цельный алгоритм, обнимающий совокупность входящих в эту область математики вопросов. Решение этой задачи пришлось на последние 15 лет 17 в. и на 18 в.

Среди лиц, которым выпало на долю решить эту историческую задачу, на первом месте стоит англичанин Исаак Ньютон. Как все великие люди того времени, он не был специалистом лишь в одной отрасли науки. Математик, механик, оптик и астроном, он оказал глубокое влияние на развитие всех точных наук, которые в его время еще не сформировались и не выделились из одной «пра-науки» - натуральной философии.

Обладая чрезвычайно мощным умом, Ньютон в студенческие годы (1661-1665) овладел всем существенным, что было достигнуто к тому времени в математике, т.е., помимо трудов древних и средневековых авторов, также «Геометрией» Декарта, результатами Ферма, достижениями итальянцев (Кавальери, Торричелли) и англичан (Валлис, Барроу) и многих других. В течение вынужденного двухлетнего пребывания в деревне (1665-1667) Ньютон заложил основы высшей математики, физической оптики и небесной механики. Для Ньютона математика не была абстрактным детищем человеческого ума. После некоторых колебаний он пришел к воззрению на геометрический образ (линия, поверхность, объем) как на результат движения точки, линии или поверхности; движение происходит во времени и за сколь угодно малое время точкой проходится сколь угодно малый путь.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Вот этот-то малый путь и приводит к малому приращению линии или чего-нибудь другого, а отношение этого малого приращения пути к малому времени, за которое этот малый путь пройден, дает скорость. Чтобы получить мгновенную скорость, надо перейти к пределу, т.е. взять «последнее отношение». Толкование физического содержания описанного процесса у Ньютона мало менялось, но это не мешало выработке формального аппарата. Так получилось, что Ньютон пришел к необходимости находить «последние отношения», т.е., по современной терминологии, искать пределы отношений приращения функции к приращению времени. При желании, разумеется, можно вычислить предел отношения приращения одной функции времени к приращению другой функции, т.е. вычислить производную функции по ее аргументу. Широко и свободно пользуясь теоремой Торричелли-Барроу о взаимности операций дифференцирования и интегрирования и располагая производными многих функций, Ньютон легко нашел квадратуры многих кривых. В тех же случаях, когда интеграл данной функции найти было нельзя, Ньютон разлагал подынтегральную функцию в степенной ряд и почленно его интегрировал. Искусство разложения функции в ряд само есть детище Ньютона. Для выполнения разложения Ньютон пользовался разными приемами, из которых на первое место следует поставить использование формулы бинома, но применялось и деление типа $1/1+z$, извлечение корня и т.д. Когда Ньютон писал «Начала», он уже был во всеоружии: в его распоряжении были и дифференцирование (нахождение флюксий) и интегрирование (по флюксиям определение флюэнт), и интегрирование дифференциальных уравнений, и интерполяционные формулы, и вообще все, что он оставил в качестве своего наследия. К сожалению, большая часть всего этого оставалась или вовсе никому не известной или известной небольшому числу ближайших знакомых Ньютона. В это время, именно в 1684 г., вышла из печати статья Лейбница с изложением нового дифференциального исчисления. Правда, статья была слишком сжато написана, так что ознакомиться с новым учением, в

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

частности научиться применять его, было необычайно трудно. Несмотря на краткость, статья содержала конспект почти полного курса дифференциального исчисления (включая и этот термин) и его приложения к анализу. Символика была разработана так удачно, что сохранилась почти в неизменном виде до наших дней.

Известно, что несколько математиков, например, шотландец Дж.Крэг, француз Лопиталь приступили к изучению статьи Лейбница, но особых успехов не достигли; во всяком случае, ни решить задач, предложенных Лейбницем, ни выдвинуть собственные с обещанием опубликовать решение они не пытались. В 1687 г. со статьей Лейбница познакомились братья Яков и Иоганн Бернулли. Это были математики совсем другого масштаба. Яков, побежденный трудностями изложения, послал Лейбницу письмо. Но Лейбниц в эти годы путешествовал и письмо попало к нему в руки лишь в 1690 г. Братья Бернулли не сидели сложа руки. Не получая ответа от автора статьи, они не только полностью уяснили себе ее содержание, но восстановили то, что было пропущено Лейбницем, и получили новые результаты. В 1690 г. Яков уже опубликовал статью, где решил поставленную Лейбницем задачу о изохроне методами дифференциального исчисления, так что Лейбниц счел нужным написать братьям Бернулли, что всякая помощь для них была бы излишней. В дальнейшем Лейбниц писал братьям, что он считает их авторами дифференциального исчисления не в меньшей степени, чем самого себя. При сравнении метода флюксий Ньютона и дифференциального исчисления оказалось, что они, в сущности, суть одно и то же, хотя их авторы идут разными путями. Лейбниц излагал свое учение чисто геометрически. Для него производная функция – это тангенс угла наклона касательной к кривой, изображающей эту функцию. Для того чтобы получить производную функции, следует, по Лейбницу, дать малое приращение аргументу, вычислить соответствующее приращение функции, разделить второе на первое и отбросить члены, в которых осталось приращение функции в любой степени, начиная с первой. О природе

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

приращений в лагере Лейбница единое мнение не выработалось; не было также точного определения (признак того, что не было и отчетливого понятия) бесконечно малой. Лейбниц был слишком занят, чтобы целиком отдать свое время математике, хотя не переставал публиковать очень важные статьи. Главную тяжесть разработки формального аппарата взяли на себя Бернулли, в особенности Иоганн. К тому времени, когда Иоганн познакомился в Париже с Лопиталем, он овладел не только развитой техникой выполнения дифференциальных операций, но и обширным списком решенных задач. Ему было нетрудно выполнить предложение Лопиталя и прочитать ему довольно подробный курс дифференциального и интегрального исчислений. Курс дифференциального исчисления лег в основу написанного Лопиталем курса «Анализа бесконечно малых». Книга Лопиталя была *первым учебником «новой», или высшей, математики.* Вместе со статьями Лейбница и братьев Бернулли этот учебник привлекал все более широкие круги математиков на сторону этой новой математики. Начался ее бурный расцвет, что легко объяснить: задачи, которые были по силам только выдающимся математикам, таким, как Декарт, Ферма, теперь, после трудов Ньютона в Англии, Лейбница и братьев Бернулли на континенте, стали доступными всем, кто обладал достаточным усердием и некоторым уровнем природных данных.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Приложение

Рене Декарт (краткий биографический очерк)

О жизни Декарта известно немного.

Родился Декарт во Франции в небольшом городке Лаэ. После окончания иезуитского колледжа для сыновей аристократических семейств, он по примеру своего брата стал изучать правоведение. В 22-летнем возрасте уехал из Франции и в качестве офицера-добровольца служил в войсках разных военачальников, участвовавших в тринадцатилетней войне.

Желая найти убежище для спокойной работы по философии и математике, которыми он интересовался с детства, Декарт в 1629 году поселился в Голландии, где прожил до конца жизни. В одном из писем Декарт так описывал свое пребывание в Голландии: «Здесь все кроме меня, так заняты своими делами и доходами, что можно прожить всю жизнь, и никто вами не заинтересуется… В какой другой стране можно пользоваться большей свободой, где можно спать с большим спокойствием, чем здесь, где яд, предательство, клевета распространены значительно меньше, чем в других странах…»

Все крупные произведения Декарта по философии, математике, физике, космологии и физиологии написаны им в Голландии.

Математические труды Декарта собраны в его «Геометрии». Декарт первый ввел в математику понятие переменной функции. Он обратил внимание на то, что кривая на плоскости характеризуется уравнением, обладающим тем свойством, что координаты любой точки, лежащей на этой линии, удовлетворяют данному уравнению. Он разделил кривые, заданные алгебраическим уравнением, на классы в зависимости от наибольшей степени неизвестной величины в уравнении. Декарт ввел в математику знаки плюс и минус для обозначения положительных и отрицательных величин, обозначение степени x^2 и знак ∞ для обозначения бесконечно большой величины. Для переменных и неизвестных величин Декарт принял

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

обозначения x, y, z, a для величин известных и постоянных – a, b, c. Как известно, эти обозначения применяются в математике до сегодняшнего дня.

Декарт положил начало исследованию алгебраических уравнений. В частности, он установил, что число действительных и мнимых корней алгебраического уравнения равняется степени неизвестного. Это является важнейшей теоремой алгебры, доказанной позднее Гауссом. Известно также правило Декарта относительно числа положительных корней уравнения с действительными коэффициентами, согласно которому это число равно или меньше на четное число количеству изменения знаков в последовательности коэффициентов уравнения n-ой степени.

Несмотря на то, что в области аналитической геометрии Декарт продвинулся не очень далеко, его труды оказали решающее влияние на дальнейшее развитие математики. На протяжении 150 лет математика развивалась путями, предначертанными Декартом.

Пьер Ферма (краткий биографический очерк)

Ферма родился в Бомон-де-Ломань во Франции в мещанской семье. Окончил юридический факультет университета в Тулузе, после чего, начиная с 1631 года, был советником парламента в этом городе. Всю свою жизнь Ферма провел в Тулузе, в должности советника кассационной палаты Тулузского парламента. Жизнь его бедна внешними событиями, но следы, оставленные им в математике, таковы, что интерес к его личности не ослабевает и в наше время.

Ферма посвящал математике только свободной от остальных занятий время, он превосходно изучил не только современную ему математику, но и творения древних. По свойству своего математического дарования Ферма получил известность благодаря своим трудам по теории чисел.

В 1638 году открыл метод нахождения экстремумов алгебраических функций. Ферма – один из видных предшественников Ньютона и Лейбница в области дифференциального и интегрального исчисления. В 1636 году Ферма

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

в своей работе ввел прямоугольную систему координат и доказал, что уравнения первой степени соответствуют прямым, а второй – коническим сечениям. Чтобы облегчить анализ алгебраических уравнений первой и второй степеней, Ферма широко пользовался методом переноса и поворота осей координат, что позволило получать канонические формы уравнений кривых, геометрические свойства которых он изучал.

Труды Ферма по аналитической геометрии были следствием интереса, проявленного Ферма к работам древних математиков, в частности, к работам Аполлония о геометрическом месте точек.

Ферма наряду с Паскалем положил начало математической теории вероятностей. Этому помог, в частности, Шевалье Де-Мере. В корреспонденции с Ферма Паскаль затронул вопрос, и таким образом, началось сотрудничество двух великих ученых в развитии теории вероятностей, закончившееся установлением в 1654 году ее основ.

Исаак Ньютон (краткая биография)

Как видишь, в споре главное – метода…

Однако тему исчерпали мы.

Подумай же: какое время года

Прекрасней всех? Ты прав – пора чумы.

Франческо Берни «Капитоло первое о чуме»

Для сырой и туманной Англии лето 1666 года было необычным. Солнце нещадно палило, обжигая дома, поля и дороги прямыми лучами. Казалось, все вокруг замерло, оцепенело, подчиняясь жестокой силе солнца. Жестокой потому, что шло второе сухое лето. Особенно душно было в городах с серыми, почерневшими от пыли кирпичными домами. Отходы пищи гнили, издавая зловонный запах. Миллионы мух вились над ними. Не

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

хватало воды. Та, что подавалась, была приторно теплой и противной. Каждый день уносил в могилы сотни людей. Считают, что за эти два года в Англии погибло около ста тысяч человек, в основном горожан. Только в одном Лондоне чума унесла более тридцати тысяч жителей. Чтобы спастись от заразы, люди бежали из скученных городов в деревни. Прекратились занятия в учебных заведениях.

В это тяжелое время, как ни парадоксально, и родилась высшая математика, или, как иногда называют, анализ бесконечно малых, или еще — дифференциальное и интегральное исчисление.

Потребовался гений Ньютона, чтобы подвести итог всей предшествующей работы десятков математиков разных лет и стран, чтобы в виде метода флюксий преподать человечеству дифференциальное и интегральное исчисление.

Ньютон пришел к понятию производной, исходя из вопросов механики определения скорости прямолинейного неравномерного движения. Функцию от времени (в нашем понимании) он назвал флюэнтой, то есть текущей величиной (от латинского fluere — течь), производную же — флюксией. Первые он обозначал буквами и, х, у, а вторые— этими же буквами с точкой над ними. Приращение времени t он обозначал знаком о (но это не нуль!), а дифференциал dx — символом хо и называл его моментом. В настоящее время эти символы утратили свое значение. Лишь в физике и механике в некоторых случаях обозначают точками над буквами производные по времени.

В своем «Методе флюксий» Ньютон решил также другую задачу: «По данному уравнению, содержащему флюксии, найти соотношение между флюэнтами». Именно эта задача привела к понятию неопределенного интеграла Написанная вскоре после «Метода флюксий» и опубликованная в 1704 году работа Ньютона «Рассуждение о квадратуре круга» была посвящена в основном интегрированию некоторых сложных выражений.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

С новым методом Ньютона человечество получило возможность познакомиться лишь в 1736 году, уже после смерти творца, когда вышел в свет его труд «Метод флюксий и бесконечных рядов с приложением его к геометрии кривых». Однако идеи этого метода выкристаллизовались в те два чумных года, когда двадцатидвухлетний Ньютон вынужден был жить в родной деревне Вульсторп, вдали от многолюдного колледжа с его профессиональными новостями, дрязгами и столкновениями самолюбий. Здесь, в деревенской тиши, не отвлекаемый ничем посторонним от своих мыслей молодой Ньютон мог полностью сосредоточиться и продумать те проблемы новых открытий, которые возникали у него еще в колледже, мог начать претворять в жизнь задуманные изобретения.

Это были годы поистине титанической творческой активности. Именно тогда Ньютон приходит к мысли о законе всемирного тяготения, тогда же он произвел важнейшие опыты по оптике, познав тайну спектра, открыл формулу разложения бинома n-й степени (бином Ньютона). В страшные чумные годы Ньютон создал программу своей дальнейшей научной работы и в значительной мере ее осуществил.

...Исаак Ньютон родился в небольшом селении Вульсторп, вблизи городка Грэнтэм, примерно в 200 километрах к северу от Лондона. Родился недоноском, поразительно маленьким и хилым. Впоследствии сам Ньютон рассказывал: «По словам матери, я родился таким маленьким, что меня можно было бы выкупать в большой пивной кружке». Думали, что младенец не выживет. Ньютон, однако, дожил до глубокой старости и почти никогда не болел, обладал крепким здоровьем, сохранил целыми зубы, читал без очков.

Местность, в которой Ньютон родился и провел детство, принадлежит к самым здоровым и живописным в Англии. Небольшой двухэтажный домик, сохранившийся до наших дней, находился в уютной долине, где бьют чистые ключи. Небольшой спуск из дома вел к речке Битам. Из окон открывался живописный вид сада, где Ньютон любил сидеть. Может быть, именно в этом

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

саду упало знаменитое яблоко, «подсказавшее» Ньютону закон всемирного тяготения.

На двенадцатом году жизни Ньютона поместили в общественную школу в Грэнтэме, а поселился он на квартире у аптекаря Кларка. Общение с аптекарем впервые возбудило в нем влечение к химическим опытам; что касается школьных предметов, то они не давались ему. По признанию самого Ньютона, он был крайне невнимательным и ленивым и считался в классе последним учеником.

Но однажды с ним случилось происшествие, которое заставило его изменить свое отношение к учебе. Один из школьников, учившийся гораздо лучше Ньютона и превосходивший его силой, нанес ему удар кулаком в живот. Самолюбивый Ньютон, слабо развитый физически, не сумел отколотить обидчика. «Чем бы отомстить?»- думал он и решил: нужно опередить своего обидчика в учебе. Мальчик стал усиленно заниматься по всем предметам и вскоре сделался первым учеником.

И все-таки особую зависть его товарищей вызывал вовсе не быстрый взлет Ньютона в учебе, а те игрушки, которые он мастерил. Он построил ветряную миниатюрную мельницу, возбуждавшую восхищение не только детей, но и взрослых. При ветре мельница могла смолоть даже горсть зерна. А в безветренную погоду мельницу двигал живой «мельник»: эту роль выполняла мышь, которая двигала колеса. А чтобы заставить мышь взбираться на колесо, мальчик повесил над колесиком мешочек с зерном.

В четырнадцатилетнем возрасте Ньютон изобрел водяные часы и своеобразный самокат. Часы были настолько верны, что семейство аптекаря пользовалось ими. По вечерам Ньютон запускал воздушные змеи с прикрепленными к ним небольшими фонариками. Мальчишки всего города с завистью смотрели на змей, безмолвно скользивших над крышами и бросавших таинственный желтый отсвет.

Ко всему Ньютон умел неплохо рисовать красками и карандашом.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Хота Ньютон в школьные годы и не обнаружил исключительного математического дарования, как, например, Паскаль, тем не менее способности его были гораздо выше обыкновенных.

К грэнтэмскому периоду относится, по-видимому, единственное романтическое увлечение Ньютона. В доме аптекаря он подружился с маленькой мисс Сторей, воспитанницей аптекаря. Позднее дружба переросла в любовь, и уже намечался брак. Но впоследствии, когда вполне определилась университетская карьера Ньютона, ему пришлось отказаться от намерения жениться: по средневековой традиции члены колледжа должны были быть холостыми. Но до конца жизни Ньютон поддерживал дружеские отношения с участницей своих детских игр, помогал ей и посещал ее при наездах в родные места.

Когда Ньютону минуло пятнадцать лет, к тому времени вторично овдовевшая мать решила вызвать сына к себе на ферму, где обстоятельства требовали его присутствия. Чтобы приучить Ньютона к хозяйству, мать каждую субботу посылала его на рынок в Грэнтэм со старым служителем. Там они должны были продавать продукты фермы и покупать нужные для семьи товары. Ньютон, полагаясь во всем на верного слугу, предоставлял ему право хлопотать о продаже и покупке, сам же уходил на чердак и читал там книги или же, не доезжая до рынка, усаживался под деревом, читал или просто мечтал, пока старик не возвращался из города.

Как-то его дядя увидел Ньютона у изгороди с книгой в руках. Оказалось, что мальчик с увлечением решал математические задачи. Пораженный этим, дядя решил уговорить мать Ньютона не противиться желанию сына продолжать образование.

Мать сама скоро убедилась, что ее сын не рожден фермером, и отослала его опять в школу. После окончания ее восемнадцатилетний Ньютон прибыл в Кембридж для поступления в один из лучших в то время университетов. Университетский Тринити-колледж бью точной микрокопией общества тогдашней Англии. Там, как полагалось, были курсы и факультеты,

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

но были еще и классовые ступени, перешагнуть через которые студенты не могли. Их было много, этих невидимых барьеров, и будущий ученый встал на низшую из них. Всех студентов этой группы, а их было, в общем-то, немного, называли субсайзерами. Они не платили за учебу, но в их обязанность входило обслуживать богатых студентов—коммонеров и пенсионеров. Многие из этих «пенсионеров», наверное, хвастались потом, что сапоги им чистил сам Ньютон.

Хотя научный багаж юноши был довольно ограниченным, его ум давно привык к серьезному и, главное, самостоятельному мышлению. Уже в первые годы ученья в университете Ньютон во многом обогнал своих сверстников, в чем была большая заслуга учителя Ньютона, известного математика Исаака Барроу. Читая книги, Ньютон составлял заметки о прочитанном, но не в виде выписок — любимого занятия талантливых посредственностей, а стараясь развить то или иное положение, которое его заинтересовало.

Через три года после поступления в университет — Ньютон на старшем курсе. Теперь он не субсайзер, у наго есть звание — действительный студент, а еще через год — бакалавр. Профессор Барроу, выступая перед студентами, публично объявил его «мужем славным и выдающихся знаний».

Затем последовали два «чумных года», о которых мы уже говорили. Удивительно, что творческий подъем в жизни Ньютона в эти годы заключался не только в необычайном богатстве и значении полученных им научных выводов. Подобный взлет не повторялся у него больше никогда в масштабах, ни в какой-либо степени сравнимых с прошлым.

Можно было ожидать, что то возвращении в университет Ньютон, благодаря уже сделанным открытиям, станет знаменит. Но этого не случилось. Он никому не рассказывал о сделанном. Одной из причин тому было нежелание сообщать миру что-либо не установленное окончательно, непроверенное. «Я гипотез не измышляю»,— говаривал Ньютон.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

В положенные сроки Ньютон переходит с одной ступеньки иерархической лестницы, обычной для университетского работника, на другую и достигает ее вершины. Он проводит опыты по оптике, изготовляет телескоп, за что его избирают членом Королевского общества. Открывает один закон за другим. И в этом ему помогает открытый им метод флюксий. Ню открытия редко делаются учеными-одиночками. Чаще всего к ним приходят почти одновременно несколько ученых. Близок к открытию закона о всемирном тяготении был и Роберт Гук. Независимо от Ньютона дифференциальное и интегральное исчисление открыл немецкий математик Лейбниц. Завязывается полемика о приоритете. Споры вокруг Ньютона, порой яростные и обостренные, длились долгие годы. Великий ученый ожесточался, терял веру в людей, уходил в себя, но никогда не сомневался в своей правоте. Движимый горечью и разочарованием, он писал однажды: «Я убедился, что либо не следует сообщать ничего нового, либо придется тратить все силы на защиту своего открытия...» И Ньютон действительно при жизни мало печатался. Многие основные математические труды вышли в свет уже после смерти Ньютона.

В целом долгая жизнь Ньютона сложилась удачно, успех следовал за успехом. Он дважды избирался членом парламента. Правда, в этом звании Ньютон не совершил ничего примечательного. Затем он назначается директором Монетного двора. Королева Анна производит некогда безызвестного Исаака Ньютона в рыцарское звание. С тех пор к его имени прибавилась приставка «сэр». Примерно в то же время выходят его труды «Оптика», «Рассуждение о квадратуре круга», «Начала» и другие.

В дополнение к характеристике личности Ньютона добавим, что он был ниже среднего роста, несколько склонным к полноте. Отличался завидным здоровьем. Он до конца жизни сохранил густые волосы. От рождения был белокурым, но к тридцати годам почти полностью поседел.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Ньютон был добрым, отзывчивым, скромным и, как многие ученые, очень рассеянным. К концу жизни Ньютон стал весьма богатым человеком, но оставался щедрым, помогая многим студентам деньгами.

Его скромность характеризует, например, высказывание самого Ньютона: «Не знаю, чем я моту казаться миру, но сам себе я кажусь только мальчиком, играющим на морском берегу, развлекающимся тем, что от поры до времени отыскиваю камешек более цветистый, чем обыкновенно, или красную раковину, в то время как великий океан истины расстилается передо мной неисследованным».

Примерно за три недели до кончины Ньютон стал чувствовать приступы каменной болезни. Свои страдания он переносил терпеливо, не жалуясь, хотя ему было тяжело. 20 марта 1727 года его не стало.

Шесть пэров Англии пронесли на плечах гроб ученого к Вестминстерскому аббатству в Лондоне, где захоронены величайшие люди Англии.

На могиле поставили великолепный мраморный памятник с высеченной на нем длинной латинской надписью, завершающейся словами: «...украшение человеческого рода», а на его памятнике в Кембридже скульптор высек слова Лукреция: «Разумом он превосходил род человеческий».

Готфрид Вильгельм Лейбниц (краткая биография)

Лейбниц — прямая противоположность Ньютону. Если Ньютон с детства увлекался математикой, то Лейбниц — философией и поэзией. Если первый все-таки прошел систематический курс обучения, то второй — скорее самоучка. У Ньютона математика была орудием физики, а у Лейбница — орудием философии и логики.

Ньютон не разбрасывался в науке и творил в основном в области физики и математики, Лейбниц же — личность разносторонняя, увлекающаяся: он был политиком, историком, юристом, педагогом, путешественником, дипломатом, философом и, наконец, математиком. Один жил в Англии и

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

никогда не выезжал из нее, Лейбниц— в Германии, но бывал во многих других странах Европы.

Единственное сходство между ними, пожалуй, в том, что творили они почти в одно время, прожив по семьдесят с лишним лет, оставаясь всю жизнь убежденными холостяками. И еще: одновременно, но независимо друг от друга подошли к открытию анализа бесконечных малых.

Но и тут различия. Первый подошел к открытию через понятие флюксий, решая задачу механики, а второй— через дифференциал, решая задачу о касательной к кривой. Основываясь на результатах Ферма и некоторых других выводах, Лейбниц значительно полнее своих предшественников решил эту задачу.

Первая печатная работа по дифференциальному исчислению была опубликована Лейбницем в 1684 году и называлась «Новый метод максимумов и минимумов, а также касательных...» В этой статье, состоящей всего лишь из шести страничек, содержится изложение существа метода исчисления бесконечно малых, в частности, излагаются основные правила дифференцирования. А спустя два года Лейбниц публикует статью, которая стала первой печатной работой об интегральном исчислении. Здесь же, между прочим, впервые появляется не только общепринятый сейчас $\int$, но и запись $\int y\,dx$. В своем мемуаре Лейбниц впервые устанавливает связь между дифференциальным и интегральным исчислениями. Исходя из понятия определенного интеграла, Лейбниц приходит к понятию функции F(x), первообразной для данной функции f(x) так, что $dF(x) = f(x)\,dx$. И последнее различие между этими учеными. Открытие Ньютона, сделанное на десять лет раньше Лейбница, служило только ему и небольшому кругу английских математиков. Лейбниц же предложил свое изобретение сразу всему миру.

...Готфрид Вильгельм Лейбниц родился тремя годами позднее Ньютона. Отец его, Фридрих Лейбниц, - довольно известный юрист и профессор этики

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Лейпцигского университета. Будто бы предки Лейбница были славянами, выходцами из Польши. (Лейбниц есть онемеченное славянское Лубенец).

Отец очень рано обратил внимание на способности сына и старался развить в нем любознательность, часто рассказывая ему маленькие эпизоды ив истории. Эти рассказы, по словам самого Лейбница, глубоко запали в душу и были самим сильным впечатлением его раннего детства. Отец, предсказав сыну известность в будущем и «свершение вещей чудесных», не дожил до исполнения своего пророчества и умер, когда мальчику было семь лет.

Мать Лейбница, Катерина Шлукке, умная и практичная женщина, заботясь об образовании сына, отдала его в одну из лучших лейпцигских школ.

В школьные поды (да и всю жизнь) Лейбницу доставляло большое наслаждение чтение всякого рода исторических романов. Сначала мать даже опасалась его увлечения. Но затем по настоянию друзей семьи предоставила в распоряжение сына библиотеку отца, бывшую до того под замком. Библиотека состояла , большей частью из сочинений на латинском и греческом языках. Но это не смутило мальчика. Пришлось самостоятельно изучить сначала латынь, а затем — греческий. Причем латынь он изучил без словаря, по надписям к иллюстрациям книги Тита Ливия. Так он познакомился с трудами Ливия и Вергилия, Цицерона и Квинтилиана, Геродота и Платона.

Натура Лейбница отличалась такой жаждой новизны, что он не мог остановиться окончательно на какой-либо одной стороне умственной деятельности. Тогдашняя сухая школьная логика привлекала его не менее поэзии. В этой скучной науке Лейбниц сумел найти для себя немало интересного. Под покровом схоластических формул Лейбниц сумел увидеть такое, что скрывалось от его учителя. В четырнадцатилетнем возрасте он стал вдумываться в истинную задачу логики как классификации элементов человеческого мышления. Первые попытки к реформе школьной логики он пытался соединить с различными идеями, вроде

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

создания понятной всем народам «азбуки мыслей», выражающей абстрактные понятия в форме усовершенствованных иероглифов.

«Две вещи,— писал впоследствии Лейбниц в «Краткой биографии»,— принесли мне огромную пользу, хотя обыкновенно они приносят вред. Во-первых, я был, собственно говоря, самоучкой; во-вторых, во всякой науке, как только я приобретал в ней первые понятия, я всегда искал новое часто потому, что не успевал достаточно усвоить обыкновенное».

Пятнадцатилетним юношей Лейбниц стал студентом Лейпцигского университета. По своей подготовке он значительно превосходил многих студентов старшего возраста. Официально Лейбниц считался на юридическом факультете, но специальный круг юридических наук далеко не удовлетворял его. Кроме лекций по юриспруденции, он усердно посещал и многие другие, в особенности по философии и математике, изучая Кардано, Кеплера, Галилея и Декарта. Увлечение философией Декарта поставило Лейбница перед необходимостью основательно изучить математику. Лейпцигский университет в этом отношении не мог предложить что-либо ценное, так как в нем математика изучалась схоластически. И семнадцатилетний Лейбниц переехал в Иену, где в университете преподавал способный и знающий математик Вейгель. Он познакомил Лейбница с основами алгебраического анализа. Лейбниц попытался творчески применить свои математические знания к юриспруденции и философии. Особенно занимала его теория сочетаний.

Через год Лейбниц снова возвращается в Лейпциг и занимается исключительно правом. В восемнадцатилетнем возрасте Лейбниц блистательно выдержал экзамен на степень магистра, а через два года - на степень доктора права. Защита прошла так блистательно, что одновременно с присвоением степени доктора ему предложили профессуру, но Лейбниц отклонил лестное предложение и уехал из Лейпцига. Он работает одно время юристом в Майнце, с увлечением проводит химические опыты в Нюрнберге, появляется с дипломатическим поручением в Париже.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Здесь он, познакомившись с Гюйгенсом, попадает под его благотворное влияние, усердно занимается математикой. Математический гений вспыхнул внезапно и с невероятной силой. Он изучает труды Декарта, Ферма, Паскаля, Валлиса и других. Радость открывания неизвестного прорывается у наго непроизвольно. «Чудно видеть, что входишь в новый род исчисления»,— писал Лейбниц в 1675 году. А в 1676 году он окончательно подошел к открытию дифференциального и интегрального исчисления.

Все это не значит, однако, что Лейбниц все силы отдавал математике, и только математике. Нет, не таким был этот ученый. Он выполняет дипломатические поручения; ведет громадную научную переписку (эпистолярное наследство Лейбница составляет громаднейшее число - 1500 сохранившихся писем. И каких писем! Почти в каждом из них находим новую, большую, плодотворную мысль); занимается философией и богословием, лингвистикой и историей, просвещением и политикой; разрабатывает и конструирует счетную машину; часто путешествует, заводит знакомства в Голландии, Франции, Англии, Италии и Германии; много публикуется.

К началу 1700 годов слава Лейбница гремела по всей Европе. Не было ученого, не было монарха, который бы не считал для себя честью переписку или даже беседу с Лейбницем. Им интересуется Петр I, а к нему, в свою очередь, давно присматривается Лейбниц. В восемнадцатом веке еще господствовал миф о «просвещением монархе». Лейбниц верил этому мифу и «примеривался» к Петру I — не тот ли этот самодержец, который своей волей осуществит мечты Лейбница о таком «просвещенном монархе»? Они несколько раз встречались, много беседовали, обсуждали проекты организации Академии наук в Петербурге и развития научных исследований в России. К образу Лейбница не раз обращались поэты и писатели.

О Лейбниц, о мудрец, создатель вещих книг!

Ты выше мира был, как древние пророки.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Твой век, дивясь тебе, пророчеств не достиг

И с лестью смешивал безумные упреки,—

писал русский поэт Валерий Брюсов.

Последние годы жизни Лейбница прошли в одиночестве. К нему теперь уже никто не ездил: ни ученые, ни монархи. Подагра приковала его к постели. Как-то один сердобольный друг предложил ему для облегчения болей выпить какой-то настой, изготовленный им. Лейбниц выпил «и сразу же почувствовал жестокие боли в животе, а через час умер.

На следующий день вечером похоронная колесница, гремя по скользкой мостовой (шел дождь), везла обитый черным бархатом гроб на другой конец города, в Нейштадтскую церковь. На козлах сидел, поклевывая носом, слегка подвыпивший кучер. Похоронную процессию составлял один человек — секретарь Лейбница, семенивший за дрогами, в длиннополом плаще, с зонтом. Через несколько лет в каменном полу церкви была установлена надгробная плита. Во время второй мировой войны бомба, сброшенная с английского самолета, угодила прямо в Нейштадтскую церковь. Когда руины были разобраны, обнаружилась могильная плита, расколотая на части. Церковь потом восстановили, в правом приделе на возвышении воздвигли новую гробницу с надписью: «Ossa Leibnitii» — «Кости Лейбница».

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

ВЫВОДЫ.

Математика семнадцатого века еще несет на себе печать средневековья. Математика еще не только не распалась на отдельные отрасли, но сама еще не вполне отделилась от философии, Философы 17 в. были математиками – Гассенди, Гоббс, Декарт, Лейбниц. Почти все математики были философами – Кавальери, Торричелли, Паскаль и др. Ньютон не считал себя философом, однако его влияние на философию 17 и 18 вв. огромно (достаточно сказать, что он положил конец господству философии Декарта). Философы искали универсальный метод. Широкие обобщения математики и автоматичность, с которой она получает ответы, пользуясь своими алгоритмами, подсказывали философам, в каком направлении искать « универсальный метод». Декарт иллюстрирует свой метод «Геометрией», Лейбниц надеется построить алгоритм философии по аналогии с алгоритмом дифференциального исчисления.

17 столетию свойствен большой интерес к работам древних греков и прежде всего к Архимедову стилю изложения. Строгость его доказательств была принята за образец. Поэтому первые оригинальные работы Кеплера трактовались как совершенно неприемлемые, и лишь в дальнейшем необыкновенно богатые результаты, полученные с помощью новых инфинитезимальных методов, ослабили (но не уничтожили) оппозицию.

В начале 17 в. еще не было академий или каких-либо иных обществ, объединяющих ученых, в частности математиков. Ученые творили в одиночестве. Самое большее, на что ученый мог рассчитывать, это дружеская критика другого ученого, с которым он переписывался. Но и в этом смысле не всегда все было определенно и просто, о чем свидетельствует установившийся тогда обычай объявлять и в то же время засекречивать открытие путем опубликования шифрованной анаграммы.

Естественная склонность ученых к обмену открытиями и прочей профессиональной информацией находила выражение в переписке и в

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

создании дружеских «надомных» кружков – ведь научные журналы, как и академии, появились только во второй половине 17 в.

Лишь после того как эти «предтечи» успешно выполнили выпавшую на их долю историческую задачу, и возник настоящий математический анализ. Последние пятнадцать лет 17 в . характеризуются бурным развитием исчислений Лейбница. Начался период стремительного завоевания все новых областей; каждая статья Лейбница, братьев Бернулли содержала решение новой задачи из дифференциального исчисления и т.д. Лейбница и Бернулли иногда сравнивают с колонистами, работающими на ни кем до них не тронутых землях. Действительно, в упоении необыкновенными успехами и открывшимися возможностями изобретатели нового исчисления не очень озабочивались его обоснованием.

Вызванный новым исчислением скепсис был не совсем беспричинным. И теория флюксий, и дифференциальное исчисление в 17 в. не блистали порядком в своих основах. Не было, например, твердо установлено, что такое «момент» или «бесконечно малая». Воспитанные на Аристотелевой логике, их современники добивались однозначных ответов на вопрос: эти «вещи» нули или не нули? И, конечно, не могли добиться точных ответов от авторов. Таким образом, анализ перешел в 18 столетие в блеске и громе побед, но при более чем скромных обоснованиях.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

Темы докладов

1. Герберт и распространение математики и в средневековой Европе.
2. Леонардо Пизанский (Фибоначчи).
3. Региомонтан (Иоганн Мюллер).
4. Томас Брадвардин.
5. Математика эпохи Возрождения.
6. Лука Пачоли.
7. Первые университеты.
8. Школа косс.
9. Решение уравнений 3 и 4 степеней (Тарталья, Кардано).
10. Рафаэль Бомбелли.
11. Астрономические теории Коперника.
12. Астрономические теории Тихо Браге.
13. Астрономические теории Кеплера.
14. Франсуа Виет.
15. Симон Стевин.
16. Джон Непер.
17. Галилео Галилей.
18. Бонавентура Кавальери
19. Пьер Ферма
20. Роберваль
21. Эванджелиста Торричелли
22. Блез Паскаль
23. Исаак Барроу
24. Христиан Гюйгенс
25. Рене Декарт
26. Исаак Ньютон
27. Готфрид Вильгельм Лейбниц
28. Джон Валлис
29. Жерар Дезарг
30. Братья Бернулли

Литература

1. История математики с древнейших времен до начала 19 столетия/ под ред. А.П.Юшкевича. т.1
2. Ван дер Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука. Математика средних веков.
3. Рыбников К.А. История математики. Т.1.
4. Цейтен Г.Г. История математики в древности и в средние века.
5. История отечественной математики в 4 томах. Т.1
6. Фрейман Л.С. Творцы высшей математики.
7. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

8. Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия.
9. Малаховский В.С. Избранные главы истории математики.
10. Манкевич Р. История математики. От счетных палочек до бессчетных вселенных.

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО